

Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungsamt

BACHELOR-STUDIENGANG
SCHLIESSENDE STATISTIK
SOMMERSEMESTER 2011

Namensschild

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
 - Die Klausur besteht aus insgesamt 8 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
 - Es sind insgesamt 120 Punkte ($= 16 + 12 + 11 + 18 + 16 + 15 + 27 + 5$) erreichbar.
 - Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch grafikfähig und programmierbar), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t -Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
 - Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–21 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t -Verteilung) darf abgetrennt werden.
 - Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
 - Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben +2 Punkte, falsche Antworten -1 Punkt, nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

- | | wahr | falsch |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. Sei X_1, \dots, X_n eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y . Dann sind X_1, \dots, X_n stochastisch unabhängig und die Verteilung aller X_i stimmt mit der Verteilung von Y überein. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Bei der Maximum-Likelihood-Schätzung ist es unproblematisch, die logarithmierte (statt der eigentlichen) Likelihoodfunktion zu maximieren, da nur die Stelle, an der das Maximum angenommen wird, für die Schätzung wichtig ist, nicht jedoch das Maximum selbst. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Sind für $n \in \mathbb{N}$ Schätzfunktionen T_n gegeben mit $E(T_n) = \lambda$, so ist die Familie von Schätzfunktionen T_n effizient für λ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Bei einem linksseitigen Gauß-Test von $H_0 : \mu \geq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu < \mu_0$ kann die Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art für $\mu \geq \mu_0$ durch die Gütfunktion $G(\mu)$ berechnet werden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Liegt die Teststatistik T im kritischen Bereich eines Signifikanztests zum Signifikanzniveau α , so gilt für den p -Wert p zur Teststatistik T die Beziehung $p > \alpha$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Der kritische Bereich eines Chi-Quadrat-Anpassungstests auf eine diskrete Verteilung mit n Trägerpunkten ist stets $K = (0, \chi^2_{n-1; 1-\alpha})$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Mit der Varianzanalyse kann untersucht werden, welche Ausprägungen eines Faktors einen positiven und welche einen negativen Einfluss auf den Erwartungswert einer Verteilung haben. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Die Konstruktion von Konfidenzintervallen und Tests im einfachen linearen Regressionsmodell | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \quad (i \in \{1, \dots, n\})$$

erfolgt unter der Annahme, dass alle u_i stochastisch unabhängig und normalverteilt sind mit Erwartungswert 0 und konstanter Varianz σ^2 .

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben +3 Punkte, falsche Antworten -1 Punkt, nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

1. Es sei X_1, \dots, X_n eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y mit $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$. Dann gilt für die Verteilung von $\sum_{i=1}^n X_i$:

(a) $\sum_{i=1}^n X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

(b) $\sum_{i=1}^n X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$

(c) $\sum_{i=1}^n X_i \sim N\left(\frac{\mu}{n}, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

(d) $\sum_{i=1}^n X_i \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

2. Auf Grundlage zweier unabhängiger einfacher Stichproben $X_1^A, \dots, X_{n_A}^A$ vom Umfang n_A zu Y^A und $X_1^B, \dots, X_{n_B}^B$ vom Umfang n_B zu Y^B soll unter der Annahme, dass Y^A und Y^B jeweils mit unbekannten Erwartungswerten normalverteilt sind, mit einem Signifikanztest überprüft werden, ob $\text{Var}(Y^A) = \text{Var}(Y^B)$ gilt. Zur Untersuchung dieser Fragestellung ist das folgende aus der Vorlesung bekannte Verfahren geeignet:

(a) Einfache Varianzanalyse

(b) χ^2 -Test für die Varianz

(c) 2-Stichproben- t -Test für den Mittelwert

(d) F -Test für die Varianzen

3. Bei einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll anhand einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 100$ überprüft werden, ob die Grundgesamtheit normalverteilt ist. Nach Wahl einer geeigneten Klassierung aus 8 Klassen werden dazu zunächst die beiden unbekannten Parameter der Normalverteilung durch eine ML-Schätzung aus den klassierten Daten ermittelt. Damit ist zur Konstruktion des Ablehnungsbereiches die folgende Verteilung zu verwenden:

(a) χ^2 -Verteilung mit 8 Freiheitsgraden

(b) χ^2 -Verteilung mit 7 Freiheitsgraden

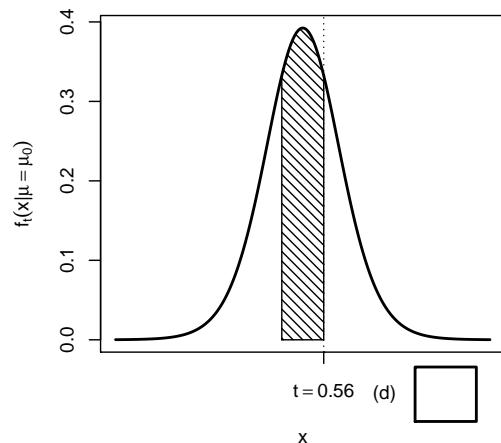
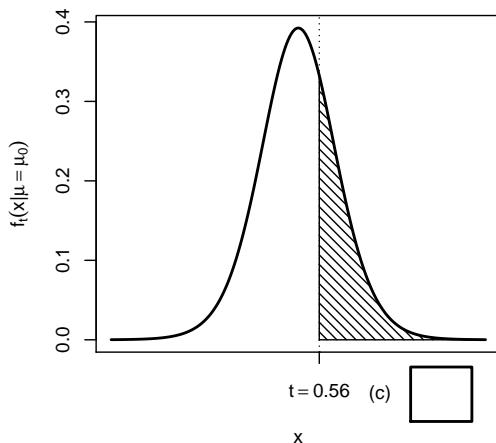
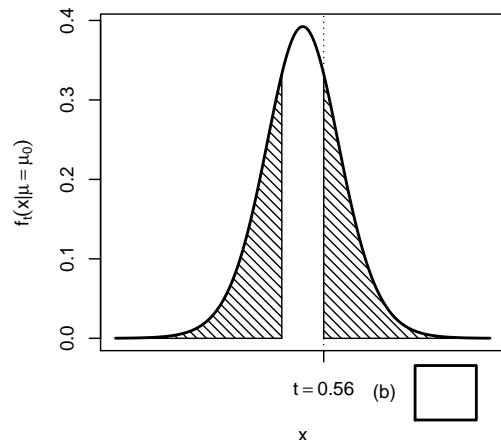
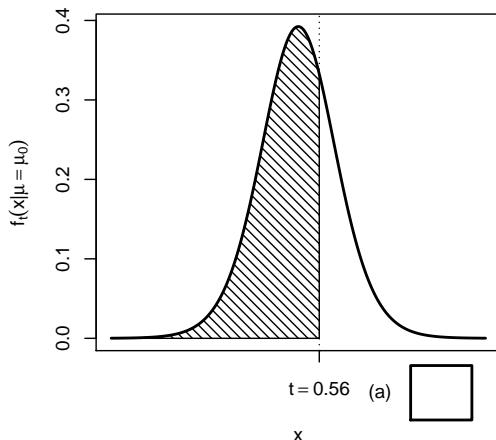
(c) χ^2 -Verteilung mit 6 Freiheitsgraden

(d) χ^2 -Verteilung mit 5 Freiheitsgraden

4. Sei X_1, \dots, X_{16} eine einfache Stichprobe zu einer $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen Y mit unbekannten Parametern μ und σ . Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 16$ soll

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 = 15 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \mu < \mu_0 = 15$$

getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man $t = 0.56$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p -Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 (für $\mu = \mu_0$) darstellt.



Aufgabe 3 (3 + 2 + 6 = 11 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $a > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{a^3} \cdot y^2 & \text{für } 0 \leq y \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter a soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe X_1, \dots, X_n vom Umfang n geschätzt werden.

- (a) Zeigen Sie, dass $E(Y) = \frac{3}{4} \cdot a$ gilt.
- (b) Bestimmen Sie den Schätzer \hat{a}_{MM} nach der Methode der Momente.
- (c) Bestimmen Sie den Schätzer \hat{a}_{ML} nach der Maximum-Likelihood-Methode.

Hinweise:

- Beachten Sie, dass Sie Teil (b) mit dem angegebenen Resultat auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.
- Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss **nicht** überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.

Aufgabe 4 (7 + 3 + 4 + 4 = 18 Punkte)

Bei der Herstellung von Nasenspray weiß man aus langjähriger Erfahrung, dass die verwendete Abfüllanlage eine Varianz von $0.2^2 = 0.04[\text{ml}^2]$ für die abgefüllte Flüssigkeitsmenge hat. Nach einer Inventur hat der Hersteller den Verdacht, dass die Abfüllanlage im Mittel weniger als die auf dem Produkt ausgezeichneten $10[\text{ml}]$ in die Sprühflaschen einfüllt. Dies soll mit einem statistischen Test überprüft werden. Hierzu werden der Produktion 16 Flaschen entnommen, deren gemessene Füllmengen x_1, \dots, x_{16} als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 16 zur annahmegemäß $N(\mu, 0.2^2[\text{ml}^2])$ -verteilten Abfüllmenge betrachtet werden kann. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 9.867[\text{ml}] .$$

- (a) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Verdacht der Herstellerfirma bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.
- (b) Berechnen Sie den p -Wert zum Test aus Teil (a).
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, falls $\mu = 9.9[\text{ml}]$ beträgt?
- (d) Geben Sie auf Basis der Stichprobenrealisation ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die mittlere Abfüllmenge zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ an.

Aufgabe 5 (16 Punkte)

Ein Statistik-Dozent stellt in einigen seiner Veranstaltungen Zusatzübungsblätter zur Verfügung, die von den Veranstaltungsteilnehmern auf freiwilliger Basis bearbeitet werden können. Um zu überprüfen, ob es einen Zusammenhang zwischen der Bearbeitung der Zusatzübungsblätter (keins bearbeitet/mindestens eins bearbeitet) und dem erreichten Klausurergebnis (Zugehörigkeit zu Notengruppe) gibt, hat der Dozent aus den Korrekturergebnissen der Zusatzübungsblätter und der Klausuren die folgende Tabelle zusammengestellt:

	Note 1.0 – 2.3	Note 2.7 – 4.0	Note 5.0
kein Zusatzblatt bearbeitet	48	123	72
mind. 1 Zusatzblatt bearbeitet	46	60	11

Überprüfen Sie anhand dieses Datenmaterials zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ (!), ob die Bearbeitung der Zusatzübungsblätter und das Klausurergebnis abhängig sind.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$ -Verteilungen:

$n \setminus p$	0.01	0.025	0.05	0.5	0.9	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209

Aufgabe 6 (15 Punkte)

Anhand der Ergebnisse der Klausur zur Veranstaltung „Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ des Sommersemesters 2010 soll mit Hilfe einer einfachen Varianzanalyse untersucht werden, ob die Verteilung der von den Studierenden im Fach „Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ erreichten Punktzahlen abhängig davon ist, in welchem Fachsemester man sich zum Zeitpunkt der Klausurteilnahme befunden hat. Dazu wurde eine Einteilung in Gruppe 1 (1.-2. Fachsemester), Gruppe 2 (3.-4. Fachsemester), Gruppe 3 (5.-6. Fachsemester) und Gruppe 4 (mindestens 7. Fachsemester) vorgenommen. Zu dieser Aufteilung wurden die folgenden Daten zu den erreichten Punktzahlen erhoben:

j (Gruppe)	n_j	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$
1	277	59.852	1114808.50
2	45	54.644	151071.50
3	29	58.034	106740.00
4	17	52.147	51305.75

Für die Durchführung der einfachen Varianzanalyse wurde hieraus bereits die Größe $SW = 153372.027$ berechnet.

Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i}$ ($1 \leq j \leq 4, 1 \leq i \leq n_j$) sind, ob die Zugehörigkeit zu den oben beschriebenen Gruppen von Studierenden einen Einfluss auf die erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95-Quantilen von $F(m, n)$ -Verteilungen:

$n \setminus m$	1	2	3	4	5	364	365	366	367	368
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	253.964	253.965	253.966	253.967	253.968
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.493	19.493	19.493	19.493	19.493
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.534	8.534	8.534	8.534	8.534
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.638	5.638	5.638	5.638	5.638
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.376	4.376	4.376	4.376	4.376
364	3.867	3.021	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
365	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
366	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
367	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.187
368	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.187	1.187

Aufgabe 7 (6 + 2 + 3 + 3 + 5 + 3 + 5 = 27 Punkte)

Man nehme an, dass ein Zusammenhang zwischen den in der Klausur zur Deskriptiven Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung erreichten Punktzahlen x_i und den in der Klausur zur Schließenden Statistik erreichten Punktzahlen y_i in Form des einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

besteht.

Von den Studierenden der Universität des Saarlandes, die an den betreffenden Klausuren im SS 2010 bzw. im WS 2010/11 teilgenommen haben, wurden (zufällig) $n = 25$ Teilnehmer ausgewählt und aus den erzielten Ergebnissen zur Durchführung einer einfachen linearen Regressionsanalyse bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{25} y_i &= 2103.5; & \sum_{i=1}^{25} y_i^2 &= 183719.25; & \sum_{i=1}^{25} x_i &= 1751.5; \\ \sum_{i=1}^{25} x_i^2 &= 129275.75; & \sum_{i=1}^{25} x_i \cdot y_i &= 151952; & \sum_{i=1}^{25} \hat{y}_i^2 &= 180184.458. \end{aligned}$$

- (a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.
- (b) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß R^2 .
- (c) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.
- (d) Berechnen Sie $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^2$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^2$.
- (e) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_1 signifikant positiv ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (f) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für β_2 an.
- (g) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.90$ (!) für die in der Klausur zur Schließenden Statistik erreichte Punktzahl y_0 an, wenn in der Klausur zur Deskriptiven Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung $x_0 = 80$ Punkte erreicht wurden.

Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Zur Erklärung des Quartalsumsatzes y_i (in Mio. €) durch das zugehörige Werbebudget x_i (in Mio. €) unterstellt eine (fiktive) Brauerei die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

Mit den Geschäftszahlen von $n = 12$ Quartalen wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

Call:

```
lm(formula = y ~ x)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-8.9044	-1.4504	0.7109	2.0402	4.3024

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	15.9994	5.4585	2.931	0.015013 *
x	4.0422	0.7172	5.636	0.000216 ***

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 3.784 on 10 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.7606, Adjusted R-squared: 0.7366

F-statistic: 31.77 on 1 and 10 DF, p-value: 0.0002165

- Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.
- Geben Sie den realisierten Schätzwert für σ^2 an.
- Welcher Anteil der Gesamtvarianz der Quartalsumsätze wird durch das lineare Modell erklärt?
- Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p -Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_2 signifikant von Null verschieden ist.
- Wie viele Euro Umsatz generiert (der Modellschätzung entsprechend) ein zusätzlich in Werbung investierter Euro?

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

p -Quantile der Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(N_p) = p$$

p	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
N_p	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

p -Quantile der $t(n)$ -Verteilungen $t_{n;p}$

$$T \sim t(n) \quad \Rightarrow \quad F_T(t_{n;p}) = p$$

$n \setminus p$	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
31	1.054	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.633
32	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.622
33	1.053	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.611
34	1.052	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.601
35	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591
40	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
80	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.416
100	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
120	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
140	1.040	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611	3.361
160	1.040	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607	3.352
180	1.039	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603	3.345
200	1.039	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.340
250	1.039	1.285	1.651	1.969	2.341	2.596	3.330