Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Schliessende Statistik
Wintersemester 2019/20

PD Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 7 + 11 + 13 + 18 + 14 + 6 + 23) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t-Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–10 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t-Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben							
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	Σ
1		■	■	■	■	■	
2		■	■	■	■	■	
3				■	■	■	
4				■	■	■	
5				■	■	■	
6			■	■	■	■	
7			■	■	■	■	
8						■	
9							
Σ							

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

		wahr	falsch
1.	Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ einer einfachen Stichprobe vom Umfang n zu Y seien normalverteilt. Dann ist auch Y stets normalverteilt.	■	□
2.	Eine Familie von im quadratischen Mittel konsistenten Schätzfunktionen ist zumindest asymptotisch erwartungstreu.	■	□
3.	Lehnt ein linksseitiger Chi-Quadrat-Test für die Varianz einer normalverteilten Zufallsvariablen bei unbekanntem Erwartungswert die Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ ab, so wird die Nullhypothese stets auch bei einem entsprechenden Test zum Signifikanzniveau von $\widetilde{\alpha} = 0.10$ verworfen.	■	□
4.	Im Rahmen einer statistischen Qualitätskontrolle mit Hilfe eines zweiseitigen Gauß-Tests zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ wird man – auch wenn alle Annahmen des Tests erfüllt sind – durchschnittlich in einer von 20 Kontrollen die Nullhypothese ablehnen, obwohl sie tatsächlich erfüllt ist.	■	□
5.	Beim zweiseitigen Gauß-Test für den Erwartungswert bei bekannter Varianz (mit $H_0 : \mu = \mu_0$) ist der p-Wert stets umso kleiner, je weiter der Erwartungswert μ von μ_0 entfernt ist.	□	■
6.	Zur Durchführung eines Mittelwertvergleichs auf Basis einer zweidimensional normalverteilten (verbundenen) Stichprobe mit einem t-Differenzentest liegen als Stichprobeninformation 11 Paare (mit jeweils zwei Beobachtungswerten) vor. Dann ist zur Konstruktion des kritischen Bereichs eine t-Verteilung mit 20 Freiheitsgraden zu verwenden.	□	■
7.	Die Teststatistik F der einfachen Varianzanalyse kann als Quotient von zwei Größen verstanden werden, die bei Gültigkeit von H_0 beide sinnvolle Schätzer für die unbekannte Varianz σ^2 sind.	■	□
8.	Im einfachen linearen Regressionsmodell $$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i, \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i = 1, \ldots, n,$$ gilt für die Summe der quadrierten Residuen stets $\sum_{i=1}^n \widehat{u}_i^2 = 0$ (mit $\widehat{u}_i = y_i - (\widehat{\beta}_1 + \widehat{\beta}_2 \cdot x_i)$).	□	■

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekannter Varianz sind umso breiter,

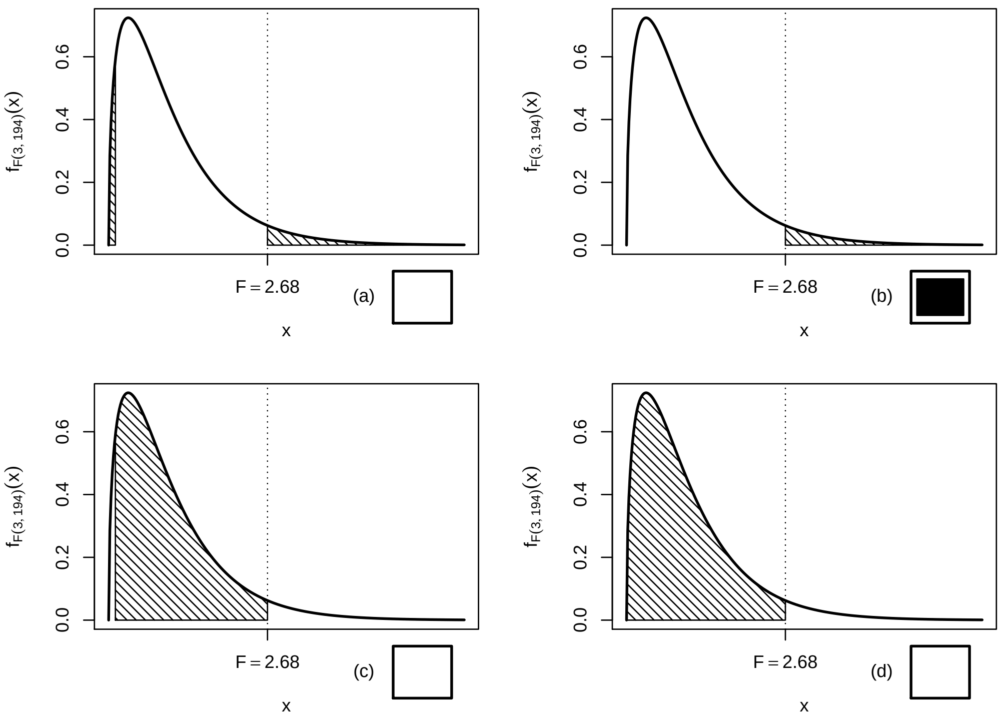
   (a) je kleiner die Varianz und je kleiner das Konfidenzniveau $1 - \alpha$ ist. ☐

   (b) je kleiner die Varianz und je größer das Konfidenzniveau $1 - \alpha$ ist. ☐

   (c) je größer die Varianz und je kleiner das Konfidenzniveau $1 - \alpha$ ist. ☐

   (d) je größer die Varianz und je größer das Konfidenzniveau $1 - \alpha$ ist. ■

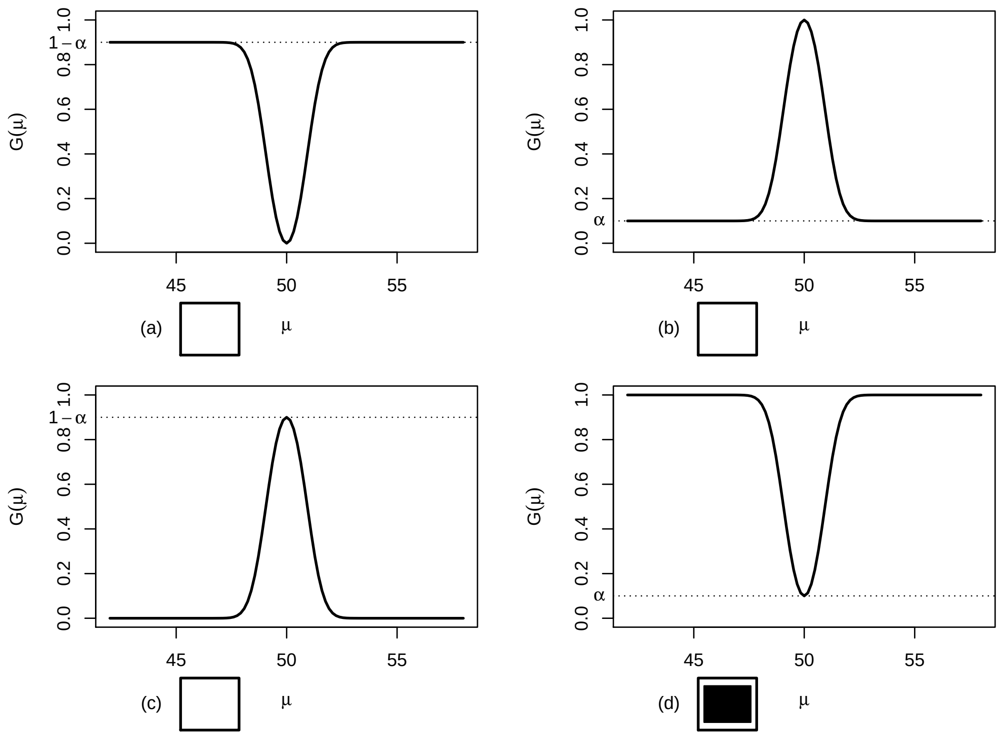
2. Bei der Durchführung einer einfachen Varianzanalyse mit $k = 4$ Faktorstufen und einem Gesamtstichprobenumfang von $n = 198$ erhält man die realisierte Teststatistik $F = 2.68$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p-Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 darstellt.



3. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_{49}$ vom Umfang $n = 49$ zu einer $N(\mu, 4^2)$-verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen

$$H_0 : \mu = 50 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu \neq 50$$

bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.
Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



4. Als p-Wert zur realisierten Teststatistik eines zweiseitigen t-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit bei unbekannter Varianz (mit $H_0 : \mu = \mu_0$ gegen $H_1 : \mu \neq \mu_0$) erhält man $p = 0.0524$. Außerdem ist bekannt, dass die Teststatistik positiv ist. Dann gilt für die p-Werte des linksseitigen Tests (mit $H_0 : \mu \geq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu < \mu_0$) bzw. des rechtsseitigen Tests (mit $H_0 : \mu \leq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu > \mu_0$):

(a) Der p-Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.1048, der p-Wert des rechtsseitigen Tests 0.8952. ☐

(b) Der p-Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.8952, der p-Wert des rechtsseitigen Tests 0.1048. ☐

(c) Der p-Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.0262, der p-Wert des rechtsseitigen Tests 0.9738. ☐

(d) Der p-Wert des linksseitigen Tests beträgt 0.9738, der p-Wert des rechtsseitigen Tests 0.0262. ☒

Aufgabe 3 (3 + 3 + 1 = 7 Punkte)

In Abhängigkeit eines unbekannten Parameters p mit $0 < p < 1$ sei die Verteilung einer Zufallsvariablen Y gegeben durch:

y_i	1	2	4
$p_Y(y_i)$	$\frac{1-p}{2}$	p	$\frac{1-p}{2}$

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $X_1, \ldots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}(Y) = \dfrac{5-p}{2}$ gilt.

(b) Zeigen Sie, dass die Schätzfunktionen

$$T_n(X_1, \ldots, X_n) := 5 - 2\overline{X}$$

(mit $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$) für $n \in \mathbb{N}$ erwartungstreu für p sind.

(c) Ist die Folge von Schätzfunktionen T_n, $n \in \mathbb{N}$, auch konsistent im quadratischen Mittel für p? *(Begründung nicht erforderlich!)*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Berechnung des Erwartungswerts von Y.

(b) Berechnung des Erwartungswerts von $T_n(X_1, \ldots, X_n)$.

(c) Ja.

Aufgabe 4 (6 + 3 + 2 = 11 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $\lambda > 1$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y|\lambda) = \begin{cases} \dfrac{\lambda \cdot 3^\lambda}{y^{\lambda+1}} & \text{für } y \geq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter λ soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{\lambda}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.

(b) Zeigen Sie, dass $E(Y) = \dfrac{3\lambda}{\lambda - 1}$ gilt.

(c) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{\lambda}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

Hinweise:

- *Beachten Sie, dass Sie Teil (b) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) und Teil (c) ohne die Bearbeitung der Teile (a) und (b) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss* **nicht** *überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\lambda}_{ML} = \dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}(\ln x_i - \ln 3)}$

(b) Nachweis durch Berechnung des Erwartungswerts

(c) $\widehat{\lambda}_{MM} = \dfrac{\overline{x}}{\overline{x} - 3}$

Aufgabe 5 (7 + 3 + 3 = 13 Punkte)

Bei der Herstellung von gerösteten Kaffeebohnen weiß der Hersteller aus Erfahrung, dass die verwendete Abfüllanlage eine Standardabweichung von $10[g]$ für die abgefüllte Menge hat. Nach einer Inventur hat der Hersteller den Verdacht, dass die Abfüllanlage im Mittel mehr als die auf dem Produkt ausgezeichneten $1000[g]$ in die Packungen einfüllt. Dies soll mit einem statistischen Test überprüft werden. Hierzu werden der Produktion 25 Packungen entnommen, deren gemessene Füllmengen $x_1, \ldots, x_{25}$ als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 25 zur annahmegemäß $N(\mu, 10^2[g^2])$-verteilten Abfüllmenge betrachtet werden können. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\overline{x} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x_i = 1002.913[g] \ .$$

(a) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Verdacht der Herstellerfirma bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung einer Stichprobe und der anschließenden Durchführung des Tests aus Teil (a) eine Testentscheidung zu Gunsten der Nullhypothese zu erhalten, falls die tatsächliche mittlere Abfüllmenge $1005[g]$ beträgt?

(c) Erläutern Sie kurz – wahlweise mit Hilfe der Gütefunktion oder der Verteilung der Teststatistik in Abhängigkeit von μ –, warum die Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art mit fallendem μ fällt.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $N = 1.457 \notin (1.645, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test bestätigt also nicht den Verdacht der Herstellerfirma, dass die von der Maschine abgefüllte Menge im Mittel zu hoch ist.

(b) $\beta(1005) = 0.1949$

(c) *Verstandenen Zusammenhang wiedergeben.*

Aufgabe 6 (10 + 8 = 18 Punkte)

Um zu überprüfen, ob zwei Powerbank-Fabrikate („Typ A" bzw. „Typ B") mit nominell übereinstimmender Kapazität tatsächlich eine im Durchschnitt übereinstimmende entnehmbare Energie aufweisen, soll ein statistischer Test durchgeführt werden. Hierbei soll davon ausgegangen werden, dass die jeweils entnehmbare Energie Y^A bzw. Y^B normalverteilt sei mit unbekanntem Erwartungswert μ_A bzw. μ_B und unbekannter Varianz σ_A^2 bzw. σ_B^2. Es soll überprüft werden, ob Powerbanks vom Typ B im Mittel eine höhere entnehmbare Energie als solche vom Typ A besitzen.
Aus einer Kapazitätsmessung mit $n_A = 9$ Exemplaren der Powerbank vom Typ A sowie $n_B = 11$ Exemplaren der Powerbank vom Typ B erhielt man Realisationen jeweils voneinander unabhängiger einfacher Stichproben $X_1^A, \ldots, X_9^A$ zu Y^A sowie $X_1^B, \ldots, X_{11}^B$ zu Y^B und hieraus die zugehörigen Mittelwerte $\overline{x^A} = 9854$ bzw. $\overline{x^B} = 9964$ sowie die Stichproben**standardabweichungen** $s_{Y^A} = 156$ bzw. $s_{Y^B} = 170$.

(a) Testen Sie unter der Annahme $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass Powerbanks vom Typ B im Mittel eine höhere entnehmbare Energie als solche vom Typ A besitzen. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob die in Teil (a) getroffene Annahme der Varianzgleichheit auf Grundlage der vorhandenen Stichprobeninformation verworfen werden muss. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie für Teil (b) den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m,n)$*-Verteilungen sowie ggf. die Rechenregel* $F_{m,n;p} = \frac{1}{F_{n,m;1-p}}$.

$n\backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	233.986	236.768	238.883	240.543	241.882
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385	19.396
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $t = -1.493 \notin (-\infty, -1.734) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass Powerbanks vom Typ B im Mittel eine höhere entnehmbare Energie als solche vom Typ A besitzen, nicht bestätigen.

(b) $F = 0.842 \notin [0, 0.299) \cup (3.072, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test findet also keine Anzeichen für eine Verletzung der in Teil (a) angenommenen Varianzgleichheit.

Aufgabe 7 (11 + 3 = 14 Punkte)

Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ überprüft werden, ob man bei einem beobachteten Stichprobenergebnis von der Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 200$ zu einer Geom(0.5)-verteilten Zufallsvariablen ausgehen kann. Die Stichprobeninformation liege in Form der folgenden Häufigkeitsverteilung vor:

a_i	0	1	2	≥ 3
n_i	71	58	33	38

(a) Führen Sie den beschriebenen Test durch. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Zum Test, ob die angegebene Häufigkeitsverteilung als Stichprobenrealisation zu *irgendeiner* geometrischen Verteilung Geom(p) (für ein beliebiges $p \in (0,1)$) plausibel ist, wurde der Verteilungsparameter p mit Hilfe einer ML-Schätzung aus den wie oben klassierten Daten (zu $\widehat{p} = 0.405$) geschätzt und damit die (neue) Teststatistik $\chi^2 = 4.2808$ berechnet. Zu welchem Ergebnis kommt dieser Test? Begründen Sie Ihre Antwort durch die Angabe des zugehörigen kritischen Bereichs.

Hinweise:

- *Die geometrische Verteilung mit Parameter $p = 0.5$ hat den Träger $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, \ldots\}$ und die Wahrscheinlichkeitsfunktion*

$$p_{\text{Geom}(0.5)} : \mathbb{N}_0 \to [0,1]; p_{\text{Geom}(0.5)}(i) = (1-0.5)^i \cdot 0.5 \,.$$

- *Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$-Verteilungen:*

$n\backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\chi^2 = 19.01 \in (7.815, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Die Nullhypothese einer Geom(0.5)-Verteilung muss also abgelehnt werden.

(b) $\chi^2 = 4.2808 \notin (5.991, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Die Nullhypothese einer Geom(p)-Verteilung (für ein beliebiges $p \in (0,1)$) kann also nicht abgelehnt werden.

Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 6 Punkte)

Zur Erklärung des Kraftstoffverbrauchs y_i (in [l]) durch die zurückgelegte Distanz x_i (in [km]) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \; i \in \{1, \ldots, n\}$$

Aus vorliegenden Daten aus mehreren Tankvorgängen wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-3.6999 -1.3933 -0.1942  1.6728  4.1259

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 2.402311   1.487031   1.616    0.109
x           0.051385   0.001966  26.135   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 2.01 on 120 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8506,       Adjusted R-squared:  0.8493
F-statistic: 683.1 on 1 and 120 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

(a) Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.

(b) Welcher Anteil der Gesamtvarianz des Kraftstoffverbrauchs wird durch das lineare Modell erklärt?

(c) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob β_1 signifikant positiv ist.

(d) Geben Sie ein Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für β_2 an.

(e) Welchen Kraftstoffverbrauch (in [l]) prognostiziert das Modell für eine zurückgelegte Distanz von 723 (in [km])?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 2.402311$, $\widehat{\beta}_2 = 0.051385$

(b) 0.8506

(c) β_1 ist signifikant positiv.

(d) $[0.047493, 0.055277]$

(e) 39.5537

Aufgabe 9 (6 + 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = 23 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \ldots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 25$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\sum_{i=1}^{25} y_i = 65.314; \quad \sum_{i=1}^{25} y_i^2 = 191.836; \quad \sum_{i=1}^{25} x_i = 82.292;$$

$$\sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 298.149; \quad \sum_{i=1}^{25} x_i \cdot y_i = 202.447$$

(a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.

(b) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß R^2.

(c) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(d) Berechnen Sie $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1}$ und $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2}$.

(e) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_2 signifikant negativ ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

(f) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für $\mathrm{E}(y_0)$ gegeben $x_0 = 4$ an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 4.1276$, $\widehat{\beta}_2 = -0.46025$

(b) $R^2 = 0.27255$

(c) $\widehat{\sigma}^2 = 0.6703$

(d) $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1} = 0.29317$, $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2} = 0.024582$

(e) $t = -2.936 \in (-\infty, -1.714) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

β_2 ist also signifikant negativ.

(f) $[1.877, 2.696]$