Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Schließende Statistik
Wintersemester 2018/19

PD Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 10 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 4 + 10 + 17 + 10 + 13 + 14 + 5 + 19) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t-Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–11 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t-Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

Nr.	Aussage	wahr	falsch
1.	Ist $X_1, \ldots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y, so ist der Stichprobenmittelwert $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ effizient in der Klasse aller linearen erwartungstreuen Schätzfunktionen für den Erwartungswert von Y.	■	□
2.	Ist eine Familie $\widehat{\theta}_n, n \in \mathbb{N}$, von Schätzfunktionen konsistent im quadratischen Mittel für einen Parameter θ, so gilt für jedes $n \in \mathbb{N}$ stets $\mathrm{E}(\widehat{\theta}_n) = \theta$.	□	■
3.	Die Breite von (approximativen) Konfidenzintervallen für den Parameter p einer alternativverteilten Zufallsvariablen ist besonders klein, wenn der Anteil der Erfolge $\widehat{p}$ in der Stichprobenrealisation in der Nähe von 50% liegt.	□	■
4.	Lehnt ein zweiseitiger t-Test für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariable bei unbekannter Varianz die Nullhypothese zum Signifikanzniveau $\alpha < 0.50$ ab, so wird auch stets genau einer der zugehörigen einseitigen t-Tests (bei unverändertem Signifikanzniveau) die Nullhypothese ablehnen.	■	□
5.	Beim zweiseitigen Gauß-Test für den Erwartungswert bei bekannter Varianz (mit $H_0 : \mu = \mu_0$) ist der p-Wert umso höher, je größer der Abstand $\lvert\overline{X} - \mu_0\rvert$ ausfällt.	□	■
6.	Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll anhand einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 200$ überprüft werden, ob die Grundgesamtheit exponentialverteilt ist. Nach Wahl einer geeigneten Klassierung aus 7 Klassen wird dazu zunächst der unbekannte Parameter der Exponentialverteilung durch eine ML-Schätzung aus den klassierten Daten ermittelt. Damit ist zur Konstruktion des Ablehnungsbereiches die χ^2-Verteilung mit 4 Freiheitsgraden zu verwenden.	□	■
7.	Mit der einfachen Varianzanalyse kann untersucht werden, welche Ausprägung eines Faktors (Faktorstufe) zum höchsten Erwartungswert führt.	□	■
8.	Im einfachen linearen Regressionsmodell $$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i, \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i = 1, \ldots, n,$$ gilt für die Residuen $\widehat{u}_i = y_i - (\widehat{\beta}_1 + \widehat{\beta}_2 \cdot x_i)$ stets $\sum_{i=1}^{n} \widehat{u}_i = 0$.	■	□

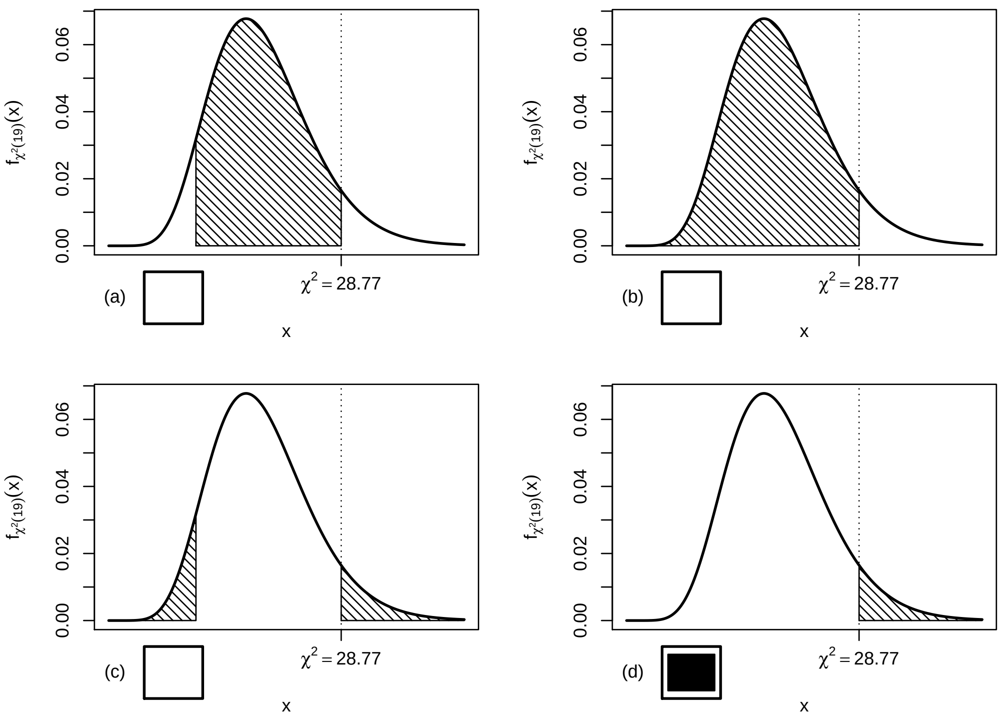
Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Sei $X_1, \ldots, X_{20}$ eine einfache Stichprobe zu einer $N(\mu, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen Y mit unbekannten Parametern μ und σ^2. Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu dieser einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 20$ soll

$$H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2 = 36 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 = 36$$

mit einem Chi-Quadrat-Test getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man $\chi^2 = 28.77$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p-Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 (für $\sigma^2 = \sigma_0^2$) darstellt.



2. Es sei $X_1, \ldots, X_{64}$ eine einfache Stichprobe vom Umfang 64 zu Y mit $Y \sim N(59, 4^2)$. Dann gilt für die Teststatistik $N = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$ des Gauß-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekannter Varianz zur Nullhypothese $H_0 : \mu = 60$:

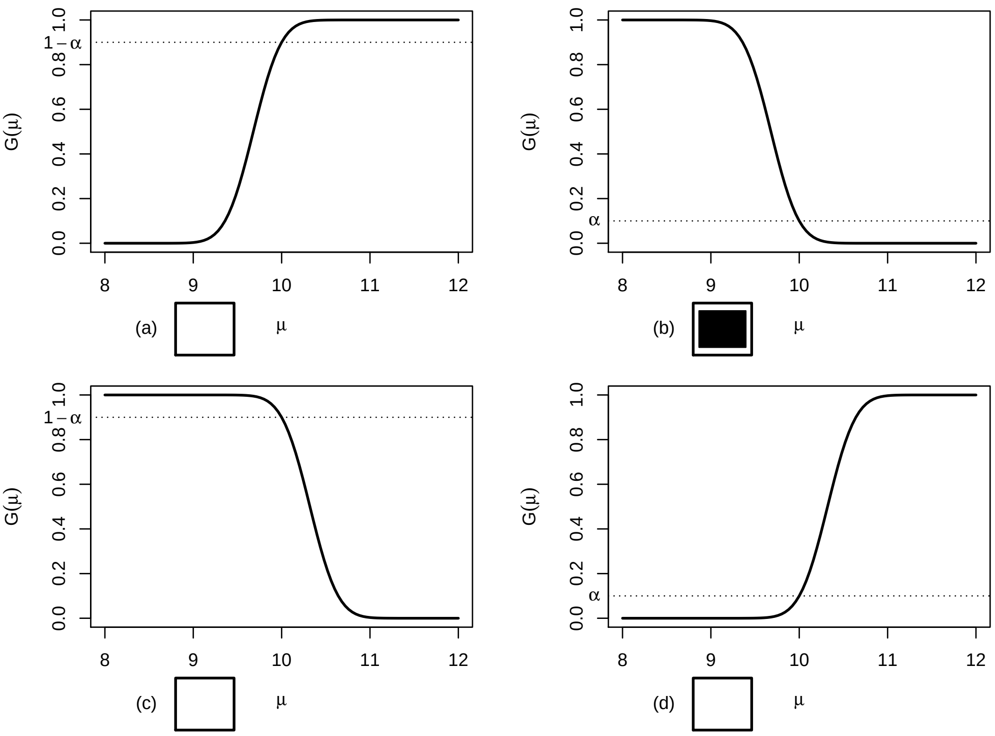
(a) $N \sim N(-2, 1)$

(b) $N \sim N\left(-2, 4^2\right)$

(c) $N \sim N(2, 1)$

(d) $N \sim N\left(2, 4^2\right)$

3. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \dots, X_{16}$ vom Umfang $n = 16$ zu einer $N(\mu, 1^2)$-verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen
$$H_0 : \mu \geq 10 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu < 10$$
bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.
Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



4. Bei der Durchführung eines χ^2-Tests für die Varianz einer normalverteilten Zufallsvariablen bei unbekanntem Erwartungswert auf Grundlage einer einfachen Stichprobe vom Umfang n zum Signifikanzniveau α lehnt der linksseitige Test H_0 ab, während der zweiseitige Test H_0 nicht verwerfen kann. Damit weiß man über die Realisation χ^2 der Teststatistik:

(a) $\chi^2 \in [0, \chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}})$ ☐

(b) $\chi^2 \in (\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$ ☐

(c) $\chi^2 \in [\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}, \chi^2_{n-1;\alpha})$ ☒

(d) $\chi^2 \in [\chi^2_{n-1;\alpha}, \chi^2_{n-1;1-\alpha}]$ ☐

Aufgabe 3 (4 Punkte)

In Abhängigkeit eines unbekannten Parameters $p > 0$ seien der Erwartungswert und die Varianz einer Zufallsvariablen Y gegeben durch $\mathrm{E}(Y) = \frac{3}{p}$ sowie $\mathrm{Var}(Y) = \frac{3}{p^2}$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $X_1, \ldots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y. Zeigen Sie, dass die Schätzfunktionen

$$T_n(X_1, \ldots, X_n) := \frac{1}{4n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2$$

erwartungstreu für **die Varianz von** Y sind.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

Beweis durch Berechnung des Erwartungswerts von $T_n(X_1, \ldots, X_n)$.

Aufgabe 4 (3 + 1 + 6 = 10 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $\lambda > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y|\lambda) = \begin{cases} \frac{8}{9} \cdot \lambda^{-3} \cdot y^2 & \text{für } 0 \leq y \leq \frac{3}{2} \cdot \lambda \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter λ soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \dots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}(Y) = \frac{9}{8} \cdot \lambda$ gilt.

(b) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{\lambda}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

(c) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{\lambda}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.

Hinweise:

- *Beachten Sie, dass Sie die Teile (b) und (c) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss* **nicht** *überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Nachweis durch Berechnung des Erwartungswerts

(b) $\widehat{\lambda}_{MM} = \frac{8}{9} \cdot \overline{x}$

(c) $\widehat{\lambda}_{ML} = \frac{2}{3} \cdot \max\{x_1, \dots, x_n\}$

Aufgabe 5 (7 + 2 + 4 + 4 = 17 Punkte)

Eine Maschine produziert Bremsbeläge, deren Dicke erfahrungsgemäß normalverteilt mit einer Standardabweichung von $0.2[mm]$ um den tatsächlichen Erwartungswert schwankt. Die laufende Qualitätskontrolle soll eine Unterschreitung dieses Erwartungswerts gegenüber der mittleren Soll-Dicke $18[mm]$ mit Hilfe eines geeigneten statistischen Testverfahrens auf Basis der Realisation einer einfachen Stichprobe $x_1, \ldots, x_{16}$ aufdecken. Dabei darf eine derartige Unterschreitung nur mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5% fälschlicherweise signalisiert werden. Aus dem realisierten Stichprobenergebnis erhält man den Stichprobenmittelwert

$$\overline{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 17.871[mm] \; .$$

(a) Führen Sie den zur oben beschriebenen Qualitätskontrolle geeigneten Test auf Basis des angegebenen Stichprobenmittelwerts durch. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Berechnen Sie den p-Wert zum Test aus Teil (a). Wie wäre die Entscheidung zum Test aus Teil (a) bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.01$ ausgefallen?

(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Qualitätskontrolle bei Ziehung einer einfachen Stichprobe der Länge 16 keine Unterschreitung signalisieren, wenn der tatsächliche Erwartungswert der Dicke der Bremsbeläge $18.01[mm]$ beträgt?

(d) Wie groß muss der Stichprobenumfang bei der oben beschriebenen Qualitätskontrolle mindestens gewählt werden, wenn eine tatsächliche Unterschreitung des Erwartungswerts der Dicke um $0.15[mm]$ mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% erkannt werden soll?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $N = -2.58 \in (-\infty, -1.645) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test zur Qualitätskontrolle wird also eine Unterschreitung der mittleren Dicke signalisieren.

(b) p-Wert $p = 0.0049$. Der Test zur Qualitätskontrolle hätte also eine Unterschreitung der mittleren Dicke signalisiert.

(c) 0.9678

(d) Der Stichprobenumfang muss mindestens $n = 29$ betragen.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Zwei unterschiedlichen Gruppen mit 56 (Gruppe A) bzw. 46 (Gruppe B) Schmerzpatienten wird jeweils ein spezielles Schmerzmittel verabreicht. Nach einer festgelegten Zeit werden dann alle Schmerzpatienten gefragt, ob durch das verabreichte Medikament eine Linderung der Schmerzen eingetreten ist. In der Gruppe der Schmerzpatienten, denen Schmerzmittel A verabreicht wurde, beantworten 46 Personen diese Frage positiv, in der zu Schmerzmittel B gehörigen Gruppe 31 Personen. Überprüfen Sie unter der Annahme, dass es sich bei dem Stichprobenergebnis um die Realisation zweier unabhängiger einfacher Stichproben handelt, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob Schmerzmittel A besser wirkt als Schmerzmittel B (bezogen auf die Erfolgswahrscheinlichkeit für eine Linderung der Schmerzen). Formulieren Sie das Ergebnis auch in Form eines Antwortsatzes.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$t = 1.7315 \in (1.66, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!
Der Test findet also Anzeichen dafür, dass Schmerzmittel A besser wirkt als Schmerzmittel B.

Aufgabe 7 (13 Punkte)

Um zu überprüfen, ob es einen Zusammenhang zwischen der Fachsemesteranzahl und dem Abschneiden in der Klausur (bestanden/nicht bestanden) gibt, hat der Dozent einer Statistik-Veranstaltung aus den Korrekturergebnissen der zugehörigen Klausuren aller 232 Teilnehmer die folgende Tabelle zusammengestellt:

	≤ 2 Fachsemester	≥ 3 Fachsemester
bestanden	155	24
nicht bestanden	47	6

Überprüfen Sie anhand dieses Datenmaterials zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob Fachsemesteranzahl und Klausurergebnis stochastisch unabhängig sind.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$*-Verteilungen:*

$n\backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$\chi^2 = 0.158 \notin (3.841, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!
Es ist also keine signifikante Abhängigkeit zwischen Fachsemesteranzahl und Klausurergebnis festzustellen.

Aufgabe 8 (14 Punkte)

Um zu überprüfen, ob die Anzahl der bearbeiteten Zusatzübungsblätter einen Einfluss auf die Leistung in der schriftlichen Prüfung hat, wurden die Prüflinge einer Statistik-Klausur im Sommersemester 2018 in 3 Gruppen eingeteilt (Gruppe 1: kein Zusatzblatt bearbeitet, Gruppe 2: ein Zusatzblatt bearbeitet, Gruppe 3: beide Zusatzblätter bearbeitet). Aus den erreichten Punktzahlen der entsprechenden Klausur wurden auf Basis dieser Einteilung die folgenden Daten aggregiert:

j (Gruppe)	n_j	$\overline{x}_j = \frac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$	s_j^2
1	134	68.21	694161	531.67
2	46	81.90	319667	247.04
3	52	88.76	424194	284.71

Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i} (1 \leq j \leq 3, 1 \leq i \leq n_j)$ sind, ob die Anzahl der bearbeiteten Zusatzblätter einen Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m, n)$*-Verteilungen:*

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	225	226	227	228	229
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	253.748	253.750	253.753	253.755	253.758
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.491	19.491	19.491	19.491	19.491
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.539	8.539	8.539	8.539	8.538
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.644	5.644	5.644	5.644	5.644
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.383	4.383	4.383	4.383	4.383
225	3.883	3.036	2.645	2.412	2.254	1.246	1.246	1.245	1.245	1.245
226	3.883	3.036	2.645	2.412	2.254	1.245	1.245	1.245	1.245	1.244
227	3.883	3.036	2.644	2.411	2.254	1.245	1.245	1.245	1.244	1.244
228	3.883	3.035	2.644	2.411	2.254	1.245	1.245	1.244	1.244	1.244
229	3.882	3.035	2.644	2.411	2.253	1.244	1.244	1.244	1.244	1.243

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$F = 21.567 \in (3.035, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!
Die einfache Varianzanalyse kommt also zum Ergebnis, dass die Anzahl der bearbeiteten Zusatzblätter einen signifikanten ($\alpha = 0.05$) Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat.

Aufgabe 9 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Zur Erklärung des Dieselpreises je Liter y_i (in Eurocent) durch den Erdölpreis je Barrel x_i (in US-Dollar) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),\ i \in \{1, \dots, n\}$$

Aus vorliegenden Daten zu insgesamt 11 Jahren wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-6.6542 -4.6908 -0.2338  4.4204  7.3969

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  35.4291     8.4385   4.199  0.00231 **
x             0.9796     0.4398   2.227  0.05292 .
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 5.393 on 9 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3554,	Adjusted R-squared:  0.2837
F-statistic: 4.961 on 1 and 9 DF,  p-value: 0.05292
```

(a) Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.

(b) Welcher Anteil der Gesamtvarianz des Dieselpreises je Liter wird durch das lineare Modell erklärt?

(c) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_1 signifikant von Null verschieden ist.

(d) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_2 signifikant positiv ist.

(e) Welchen Dieselpreis je Liter (in Eurocent) prognostiziert das Modell für ein Jahr mit einem Erdölpreis je Barrel von 90 (in US-Dollar)?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 35.4291$, $\widehat{\beta}_2 = 0.9796$

(b) 0.3554

(c) β_1 ist signifikant von Null verschieden.

(d) β_2 ist signifikant positiv.

(e) 123.5931

Aufgabe 10 (6 + 2 + 3 + 5 + 3 = 19 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \ldots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 30$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\sum_{i=1}^{30} y_i = 17.182; \quad \sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 44.889; \quad \sum_{i=1}^{30} x_i = 433.331;$$

$$\sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 6555.723; \quad \sum_{i=1}^{30} x_i \cdot y_i = 197.697$$

(a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.

(b) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(c) Berechnen Sie $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1}$ und $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2}$.

(d) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_2 signifikant negativ ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

(e) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für β_1 an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 3.0322$, $\widehat{\beta}_2 = -0.17027$

(b) $\widehat{\sigma}^2 = 0.94475$

(c) $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1} = 0.69629$, $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2} = 0.0031863$

(d) $t = -3.016 \in (-\infty, -2.467) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

β_2 ist also signifikant negativ.

(e) $[1.323, 4.741]$