Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungsamt

Bachelor-Prüfung
Schliessende Statistik
Sommersemester 2014

Aufgabenstellung und Ergebnisse

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 10 + 13 + 16 + 13 + 13 + 6 + 21) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t-Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–11 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t-Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben							
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	Σ
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
Σ							

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben +2 Punkte, falsche Antworten −1 Punkt, nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).
Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

		wahr	falsch
1.	Sei $X_1, X_2, \ldots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu einer normalverteilten Zufallsvariablen Y. Dann gilt stets $$\mathrm{E}(X_1) = \mathrm{E}(X_2) = \ldots = \mathrm{E}(X_n) = \mathrm{E}(Y)\ .$$	■	□
2.	Zur Schätzung des Parameters $\lambda \in \mathbb{R}$ seien für $n \in \mathbb{N}$ Schätzfunktionen T_n gegeben mit den Eigenschaften $\mathrm{E}(T_n) = \lambda$ und $\mathrm{Var}(T_n) = \frac{4}{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Dann ist die Folge T_n von Schätzfunktionen für λ konsistent im quadratischen Mittel.	■	□
3.	Die Breite von Konfidenzintervallen für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Zufallsvariablen bei bekannter Varianz vergrößert sich mit wachsendem Stichprobenumfang.	□	■
4.	Das Signifikanzniveau eines Hypothesentests entspricht stets der maximalen Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art.	□	■
5.	Lehnt ein zweiseitiger Gauß-Test die Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ ab, so wird H_0 auch zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.10$ abgelehnt.	■	□
6.	Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll anhand einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 100$ überprüft werden, ob die Grundgesamtheit normalverteilt ist. Nach Wahl einer geeigneten Klassierung aus 7 Klassen werden dazu zunächst die beiden unbekannten Parameter der Normalverteilung durch eine ML-Schätzung aus den klassierten Daten ermittelt. Damit ist zur Konstruktion des Ablehnungsbereiches die χ^2-Verteilung mit 4 Freiheitsgraden zu verwenden.	■	□
7.	Bei der Entscheidung eines statistischen Hypothesentests zum Signifikanzniveau α mit Hilfe des zugehörigen p-Werts p wird H_0 genau dann abgelehnt, wenn $p < \alpha$ gilt.	■	□
8.	Im einfachen linearen Regressionsmodell sind (bedingte) Prognosen für y_0 gegeben x_0 umso präziser, je näher x_0 an $\overline{x}$ liegt.	■	□

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben +3 Punkte, falsche Antworten −1 Punkt, nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).
Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

1. Mit Hilfe einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang $n = 25$ zu einer $N(\mu, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen mit bekanntem Erwartungswert μ soll mit dem Chi-Quadrat-Test für die Varianz zwischen den Hypothesen $H_0 : \sigma^2 \geq 16$ und $H_1 : \sigma^2 < 16$ entschieden werden. Dann gilt für den kritischen Bereich K zum Signifikanzniveau α:

   (a) $K = [-\infty, -\chi^2_{24,1-\alpha})$ ☐

   (b) $K = [-\infty, -\chi^2_{25,1-\alpha})$ ☐

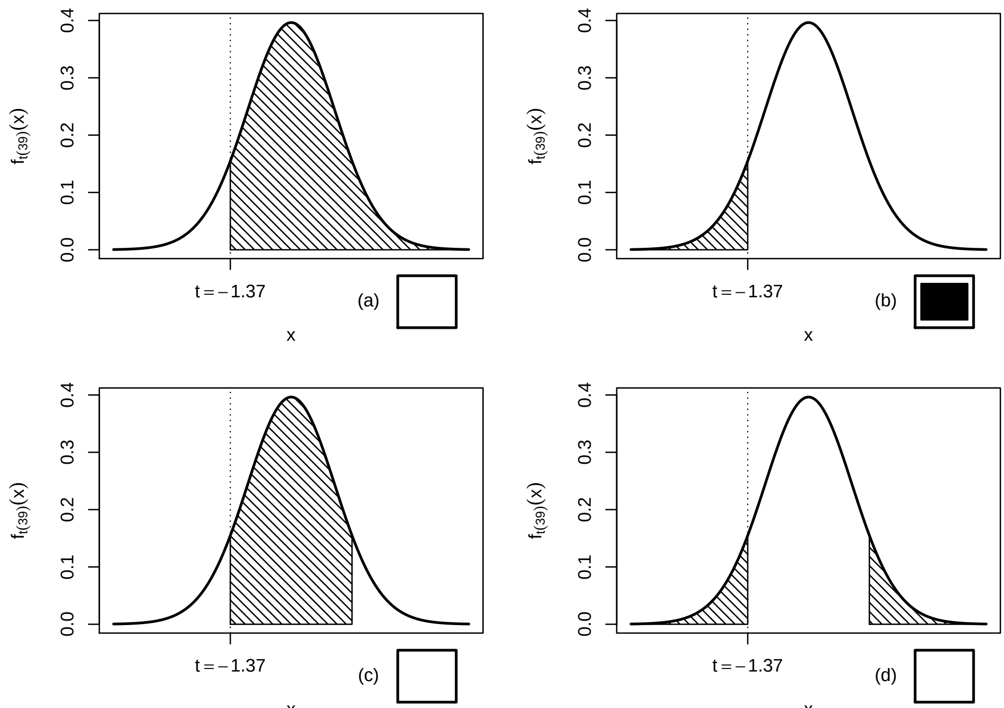
   (c) $K = [0, \chi^2_{24,\alpha})$ ☐

   (d) $K = [0, \chi^2_{25,\alpha})$ ☒

2. Sei $X_1, \ldots, X_{40}$ eine einfache Stichprobe zu einer $N(\mu, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen Y mit unbekannten Parametern μ und σ^2. Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu dieser einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 40$ soll

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 = 20 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu < \mu_0 = 20$$

   mit einem t-Test getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man $t = -1.37$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p-Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 (für $\mu = \mu_0$) darstellt.

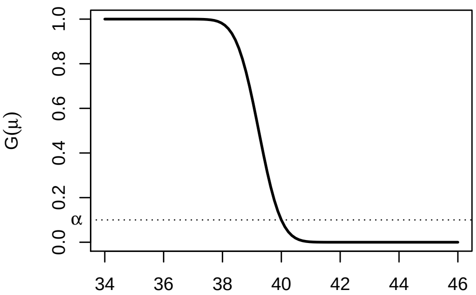


3. Der (approximative) Gauß-Test auf den Anteilswert bzw. die Erfolgswahrscheinlichkeit p einer alternativverteilten Zufallsvariablen kann als Spezialfall des (approximativen) Gauß-Tests für den Mittelwert bei bekannter Varianz betrachtet werden, weil die Erfolgswahrscheinlichkeit mit dem Mittelwert der Verteilung übereinstimmt und
   - (a) die Einhaltung von Anwendungsvoraussetzungen bei approximativen Tests generell nicht wichtig ist. ☐
   - (b) die Varianz der Alternativverteilung unter H_0 (genauer für $p = p_0$) bekannt ist bzw. leicht berechnet werden kann. ■
   - (c) die Varianz einer Alternativverteilung nicht vom Parameter p abhängig ist. ☐
   - (d) die Varianz einer Alternativverteilung bei großen Stichprobenumfängen gegen einen Wert konvergiert, der nicht von p abhängt. ☐

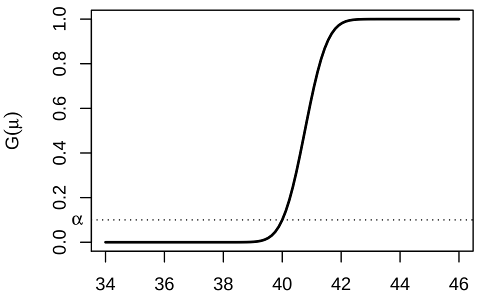
4. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_{25}$ vom Umfang $n = 25$ zu einer $N(\mu, 3^2)$-verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen

$$H_0 : \mu \leq 40 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu > 40$$

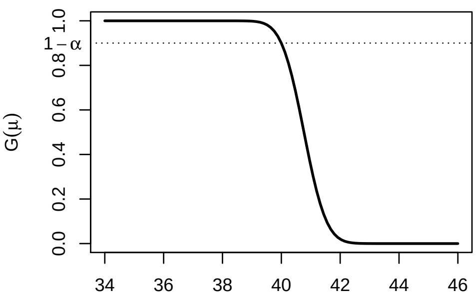
bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.
Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



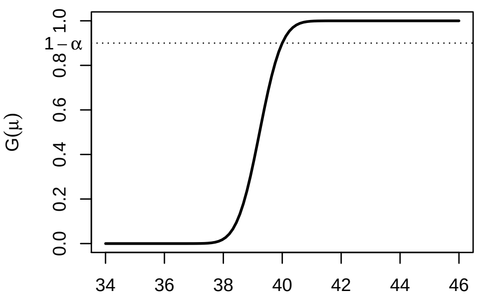
(a) ☐



(b) ■



(c) ☐



(d) ☐

Aufgabe 3 (3 + 1 + 6 = 10 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $k \in \mathbb{N}$ durch die folgende Wahrscheinlichkeitsfunktion gegeben:

$$p_Y(y|k) = \begin{cases} \dfrac{2y}{k(k+1)} & \text{für } y \in \{1, \ldots, k\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter k soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}(Y) = \dfrac{2k+1}{3}$ gilt.

Hinweis: Verwenden Sie die Summenformel $\sum_{i=1}^{k} i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$.

(b) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{k}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

(c) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{k}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.

Hinweise:

- *Beachten Sie, dass Sie die Teile (b) und (c) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss* **nicht** *überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Nachweis durch Berechnung des Erwartungswerts

(b) $\widehat{k}_{MM} = \dfrac{3\overline{x} - 1}{2}$

(c) $\widehat{k}_{ML} = \max\{x_1, \ldots, x_n\}$

Aufgabe 4 (7 + 2 + 4 = 13 Punkte)

Bei der Abfüllung von Pulver für Milchbrei weiß der Hersteller aus langjähriger Erfahrung, dass die verwendete Maschine eine Standardabweichung von $3[g]$ für die abgefüllte Menge hat. Nach einer routinemäßigen Überprüfung hat der Hersteller den Verdacht, dass die Abfüllanlage im Mittel eine andere Menge als die auf dem Produkt ausgezeichneten $500[g]$ in die Packungen einfüllt. Dies soll mit einem statistischen Test überprüft werden. Hierzu werden der Produktion 25 Packungen entnommen, deren gemessene Füllmengen $x_1, \ldots, x_{25}$ als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 25 zur annahmegemäß $N(\mu, 3^2[g^2])$-verteilten Abfüllmenge betrachtet werden können. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\overline{x} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} x_i = 499.197[g] \ .$$

(a) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Verdacht der Herstellerfirma bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Berechnen Sie den p-Wert zum Test aus Teil (a).

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art zu dem Test aus Teil (a), falls $\mu = 500.5[g]$ beträgt?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $N = -1.338 \notin (-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test bestätigt also nicht den Verdacht der Herstellerfirma, dass die von der Maschine abgefüllte Menge im Mittel vom Sollwert abweicht.

(b) $p = 0.1802$

(c) $\beta(500.5) = 0.8682$

Aufgabe 5 (9 + 7 = 16 Punkte)

Ein Hersteller von Metallwaren produziert unter anderem Nägel mit einer Soll-Länge von 10 [cm]. Es soll angenommen werden, dass die Länge der hergestellten Nägel gemäß einer Normalverteilung mit unbekanntem Erwartungswert und unbekannter Varianz schwankt. Zur Überprüfung der Qualität der produzierten Nägel werden 9 Nägel aus dem laufenden Produktionsprozess entnommen. Die gemessenen Längen

$$9.05, 9.76, 9.60, 10.58, 8.47, 9.76, 9.71, 9.82, 9.87$$

seien als Realisation einer einfachen Stichprobe zur normalverteilten Grundgesamtheit aufzufassen. Aus dieser Realisation wurde bereits $s^2 = 0.34$ berechnet.

(a) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die tatsächliche mittlere Länge der produzierten Nägel im Vergleich zur angegebenen Soll-Länge von 10 [cm] zu klein ist. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$ **(!)**, ob die Varianz der Länge der produzierten Nägel im Vergleich zur vom Hersteller angegebenen Toleranz $\sigma_0^2 = 0.25$ zu groß ist. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie für Teil (b) den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$-Verteilungen

$n\backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
6	0.872	1.237	1.635	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $t = -1.935 \in (-\infty, -1.86) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass die mittlere Länge der produzierten Nägel im Vergleich zur angegebenen Soll-Länge von 10 [cm] zu klein ist, bestätigen.

(b) $\chi^2 = 10.88 \notin (13.362, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass die Varianz der Länge der produzierten Nägel im Vergleich zur vom Hersteller angegebenen Toleranz $\sigma_0^2 = 0.25$ zu groß ist, nicht bestätigen.

Aufgabe 6 (13 Punkte)

Um zu überprüfen, ob es einen Zusammenhang zwischen der Fachsemesteranzahl und dem Abschneiden in der Klausur (bestanden/nicht bestanden) gibt, hat der Dozent einer Statistik-Veranstaltung aus den Korrekturergebnissen der zugehörigen Klausuren aller 292 Teilnehmer die folgende Tabelle zusammengestellt:

	≤ 2 Fachsemester	≥ 3 Fachsemester
bestanden	205	35
nicht bestanden	44	8

Überprüfen Sie anhand dieses Datenmaterials zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Fachsemesteranzahl und das Klausurergebnis stochastisch unabhängig sind.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$-Verteilungen:

$n \backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$\chi^2 = 0.022 \notin (3.841, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!
Der Test kommt also zum Ergebnis, dass die Fachsemesteranzahl und das Klausurergebnis stochastisch unabhängig sind.

Aufgabe 7 (13 Punkte)

Um die Leistungsfähigkeit von 3 Schulklassen einer Klassenstufe zu vergleichen, soll anhand der Ergebnisse einer Vergleichsarbeit untersucht werden, ob die Verteilung der von den Schülern erreichten Punktzahlen abhängig davon ist, welcher der 3 Klassen sie angehören. Zu den verschiedenen Schulklassen wurden die folgenden (fiktiven) Daten zu den erreichten Punktzahlen erhoben:

j (Klasse)	n_j	$\overline{x}_j = \frac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$
1	21	17.908	6954.90
2	19	18.047	6509.65
3	23	15.030	5480.72

Für die Durchführung der einfachen Varianzanalyse wurde hieraus bereits die Größe $SW = 826.734$ berechnet.
Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i} (1 \leq j \leq 3, 1 \leq i \leq n_j)$ sind, ob die Zugehörigkeit zu den unterschiedlichen Schulklassen einen Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m, n)$*-Verteilungen:*

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	60	61	62	63	64
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	252.196	252.230	252.264	252.296	252.328
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.479	19.479	19.480	19.480	19.480
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.572	8.571	8.571	8.570	8.569
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.688	5.687	5.686	5.685	5.684
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.431	4.430	4.429	4.428	4.427
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	1.534	1.532	1.530	1.528	1.526
61	3.998	3.148	2.755	2.523	2.366	1.531	1.529	1.527	1.525	1.523
62	3.996	3.145	2.753	2.520	2.363	1.528	1.526	1.524	1.522	1.520
63	3.993	3.143	2.751	2.518	2.361	1.524	1.522	1.520	1.518	1.516
64	3.991	3.140	2.748	2.515	2.358	1.521	1.519	1.517	1.515	1.513

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$F = 4.6 \in (3.15, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!
Die einfache Varianzanalyse kommt also zum Ergebnis, dass die Zugehörigkeit zu den unterschiedlichen Schulklassen einen signifikanten ($\alpha = 0.05$) Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat.

Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6 Punkte)

Zur Erklärung der stetigen Monatsrenditen der Allianz-Aktie y_i (in Prozent) durch die stetigen Monatsrenditen des DAX x_i (in Prozent) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),\ i \in \{1, \ldots, n\}$$

Aus Daten der XETRA-Börse der jüngeren Vergangenheit wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-9.0223 -0.0945  1.8407  2.1558  2.6512

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   0.4178     1.3016   0.321   0.7548
x             0.9201     0.3154   2.918   0.0154 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3.829 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.4599,       Adjusted R-squared:  0.4058
F-statistic: 8.513 on 1 and 10 DF,  p-value: 0.01536
```

(a) Wie viele Monatsrenditen gingen in die Schätzung ein?

(b) Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.

(c) Geben Sie den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(d) Welcher Anteil der Gesamtvarianz der stetigen Monatsrenditen der Allianz-Aktie wird durch das lineare Modell erklärt?

(e) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_2 signifikant positiv ist.

(f) Welche stetige Monatsrendite der Allianz-Aktie prognostiziert das Modell in einem Monat mit stetiger DAX-Rendite von 0.9 (in Prozent)?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $n = 12$

(b) $\widehat{\beta}_1 = 0.4178$, $\widehat{\beta}_2 = 0.9201$

(c) $\widehat{\sigma^2} = 14.6612$

(d) 0.4599

(e) β_2 ist signifikant positiv.

(f) 1.2459

Aufgabe 9 (6 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = 21 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \ldots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 25$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\sum_{i=1}^{25} y_i = 87.225; \quad \sum_{i=1}^{25} y_i^2 = 655.497; \quad \sum_{i=1}^{25} x_i = 148.069;$$

$$\sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 946.791; \quad \sum_{i=1}^{25} x_i \cdot y_i = 383.371; \quad \sum_{i=1}^{25} \widehat{y}_i^2 = 558.608;$$

(a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.

(b) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß R^2.

(c) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(d) Berechnen Sie $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1}$ und $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2}$.

(e) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.99$ für β_1 an.

(f) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für $\mathrm{E}(y_0)$ gegeben $x_0 = 4$ an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 14.7956$, $\widehat{\beta}_2 = -1.909$

(b) $R^2 = 0.72432$

(c) $\widehat{\sigma}^2 = 4.2089$

(d) $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1} = 2.2836$, $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2} = 0.060299$

(e) $[10.554, 19.038]$

(f) $[5.865, 8.454]$