Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Wintersemester 2021/22

PD Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 13 + 19 + 6 + 7 + 20 + 18 + 9) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben							
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	Σ
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
Σ							

Aufgabe 1 (16 Punkte)

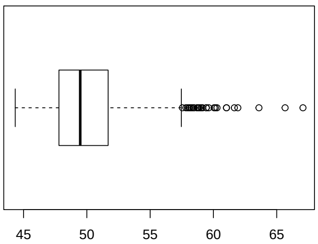
Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

		wahr	falsch
1.	Kommt keine andere Ausprägung eines Merkmals X häufiger in der Urliste vor als die Ausprägung a_j, so gehört a_j stets zu den Modalwerten des Merkmals X.	■	□
2.	Ist (a_1, b_1) eine Ausprägung des zweidimensionalen Merkmals (X, Y) und gilt für die relativen Randhäufigkeiten $r(a_1)$ und $r(b_1)$ sowie die gemeinsame relative Häufigkeit $r(a_1, b_1)$ der Zusammenhang $r(a_1, b_1) = r(a_1) \cdot r(b_1)$, so sind X und Y stets unabhängig.	□	■
3.	Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum. Dann gilt für zwei Ereignisse $A, B \in \mathcal{F}$ stets $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$.	■	□
4.	Es seien $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \in \mathcal{F}$ drei Ereignisse mit positiven Eintrittswahrscheinlichkeiten. Gilt außerdem $P(A) > P(B)$, so gilt auch stets $P(A\|C) > P(B\|C)$.	□	■
5.	Ist X eine Zufallsvariable mit $\mathrm{Var}(X) = 4$, so gilt für die Zufallsvariable $Y := 2X + 8$ stets $\mathrm{Var}(Y) = 16$.	■	□
6.	Stetig gleichverteilte Zufallsvariablen sind stets platykurtisch verteilt.	■	□
7.	Stimmen die Varianzen der beiden Zufallsvariablen X und Y überein, so gilt auch stets $\mathrm{Korr}(X, Y) = \mathrm{Cov}(X, Y)$.	□	■
8.	Für $i \in \{1, \ldots, 4\}$ seien X_i normalverteilte Zufallsvariablen mit $\mathrm{E}(X_i) = 5$ sowie $\mathrm{Sd}(X_i) = 2$, zudem gelte $\mathrm{Cov}(X_i, X_j) = 0$ für alle $i, j \in \{1, \ldots, 4\}$. Für die Summe $Y := X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ gilt dann stets $Y \sim N(20, 4^2)$.	■	□

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☐

(b) leptokurtisch und links**steil** ☒

(c) platykurtisch und rechts**steil** ☐

(d) platykurtisch und links**steil** ☐

2. Die Wahrscheinlichkeit, in dieser Klausuraufgabe (4 MC-Aufgabenteile mit jeweils genau einer korrekten Antwort aus 4 Antwortmöglichkeiten) durch *rein zufälliges* Ankreuzen jeweils einer Antwortmöglichkeit (jede Antwortmöglichkeit erhalte also eine Chance von 25%) genau in einem Aufgabenteil die richtige Antwort zu markieren, beträgt (ggf. auf 2 Nachkommastellen gerundet):

(a) 25.00% ☐

(b) 37.25% ☐

(c) 42.19% ☒

(d) 50.00% ☐

3. Bei der Aufstellung eines Listenvorschlags zu einer Gremienwahl sollen die 4 weiblichen und 3 männlichen Kanditat(inn)en so auf die 7 Listenplätze verteilt werden, dass sich die Geschlechter jeweils abwechseln. Damit beträgt die Anzahl der möglichen Listenanordnungen

(a) 12 ☐

(b) 35. ☐

(c) 72. ☐

(d) 144. ☒

4. Für $n \in \mathbb{N}$ seien die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig identisch verteilt mit $\mathrm{E}(X_i) = \mu$ und $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$ für alle $i \in \{1, \ldots, n\}$. Dann gilt für $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

(a) $\mathrm{E}(\overline{X}) = \frac{\mu}{n}$ und $\mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$. ☐

(b) $\mathrm{E}(\overline{X}) = \mu$ und $\mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$. ☒

(c) $\mathrm{E}(\overline{X}) = \frac{\mu}{n}$ und $\mathrm{Var}(\overline{X}) = \sigma^2$. ☐

(d) $\mathrm{E}(\overline{X}) = \mu$ und $\mathrm{Var}(\overline{X}) = \sigma^2$. ☐

Aufgabe 3 $(3 + 3 + 1 + 5 + 1 = 13$ Punkte)

Bei einer Umfrage wurden 50 Personen befragt, wie viele Streaming-Dienste sie abonniert haben (Merkmal X). Das Ergebnis der Umfrage ist die folgende (bereits aufsteigend sortierte) Urliste zu X:

0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4

(a) Erstellen Sie eine Tabelle mit den absoluten und relativen Häufigkeiten.

(b) Stellen Sie die zugehörige empirische Verteilungsfunktion auf.

(c) Wie groß ist der Anteil der Personen in der Umfrage, die mindestens 2 Streaming-Dienste abonniert haben?

(d) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X.

(e) Bestimmen Sie ein oberes Quartil des Merkmals X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Häufigkeitstabelle:

a_j	0	1	2	3	4	Σ
$h(a_j)$	10	27	6	3	4	50
$r(a_j)$	0.20	0.54	0.12	0.06	0.08	1.00

(b) Empirische Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & \text{für} \quad x < 0 \\ 0.20 & \text{für} \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.74 & \text{für} \quad 1 \leq x < 2 \\ 0.86 & \text{für} \quad 2 \leq x < 3 \\ 0.92 & \text{für} \quad 3 \leq x < 4 \\ 1.00 & \text{für} \quad x \geq 4 \end{cases}$$

(c) Anteil der Personen, die mindestens 2 Streaming-Dienste abonniert haben: $0.26 = 26\%$

(d) $\overline{x} = 1.28$, $s^2 = 1.2016$

(e) $x_{0.75} = 2$

Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 40$ gegeben:

6.15, 7.03, 7.90, 8.05, 8.10, 9.37, 9.58, 9.94, 10.45, 11.33, 11.75, 13.96, 14.57, 15.02, 15.26, 16.45, 16.45, 16.46, 17.04, 19.62, 21.55, 21.84, 22.45, 23.00, 24.18, 27.70, 31.02, 34.87, 36.34, 36.43, 37.34, 37.36, 37.87, 39.58, 41.31, 45.79, 46.95, 48.50, 53.22, 56.93

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (5, 15],\ K_2 = (15, 25],\ K_3 = (25, 45],\ K_4 = (45, 65]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 24.218?

(d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 25 und 40. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *das* obere Quartil sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassenbreite b_j	Klassenmitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeitsdichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungsfunktion $F(k_j)$
1	$(5, 15]$	10	10	13	0.325	0.03250	0.325
2	$(15, 25]$	10	20	12	0.300	0.03000	0.625
3	$(25, 45]$	20	35	10	0.250	0.01250	0.875
4	$(45, 65]$	20	55	5	0.125	0.00625	1.000

(b) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \leq 5 \\ 0.0325 \cdot (x - 5) & \text{für} \quad 5 < x \leq 15 \\ 0.325 + 0.03 \cdot (x - 15) & \text{für} \quad 15 < x \leq 25 \\ 0.625 + 0.0125 \cdot (x - 25) & \text{für} \quad 25 < x \leq 45 \\ 0.875 + 0.00625 \cdot (x - 45) & \text{für} \quad 45 < x \leq 65 \\ 1 & \text{für} \quad x > 65 \end{cases}$$

(c) Mittelwert (näherungsweise): 24.875, relative Abweichung vom exakten Wert: 0.02713 bzw. 2.713%

(d) Anzahl (aus Urliste): 9
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 7.5

(e) Oberes Quartil:

- exakt (aus Urliste): 36.885
- approximativ: 35

Aufgabe 5 (4 + 2 = 6 Punkte)

Von den Unternehmen, die sich auf einer 2-tägigen Messe präsentieren, sind 10% nur am 1. Tag sowie 15% nur am 2. Tag vertreten (die restlichen 75% sind an beiden Tagen vertreten).

(a) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein (zufällig ausgewähltes) Unternehmen, das am 1. Tag vertreten war, auch am 2. Tag vertreten ist?

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein (zufällig ausgewähltes) Unternehmen, das am 2. Tag vertreten ist, nicht schon am 1. Tag vertreten war?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $0.8824 = 88.24\%$

(b) $0.1667 = 16.67\%$

Aufgabe 6 (5 + 2 = 7 Punkte)

Bei einem Chip-Hersteller verteilt sich die Produktion eines bestimmten Mikrocontrollers auf insgesamt drei verschiedene Produktionslinien A, B und C. Dabei werden im Mittel 25% der Chips auf Linie A, 60% der Chips auf Linie B und 15% der Chips auf Linie C hergestellt. Aus den Ergebnissen der Qualitätssicherung ist bekannt, dass 98% der Chips aus Linie A, 99% der Chips aus Linie B und 97% der Chips aus Linie C nicht fehlerhaft sind.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Chip fehlerhaft ist?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhafter Chip auf der Linie A produziert wurde?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 0.0155

(b) 0.3226

Aufgabe 7 (3 + 2 + 6 + 1 + 5 + 3 = 20 Punkte)

Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8}x & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 1 & \text{für } 1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie eine Dichtefunktion f_X von X.

(b) Berechnen Sie $P\left(\left\{X > \frac{1}{2}\right\}\right)$ und $P\left(\left\{\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}\right\}\right)$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$.

(d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?

(e) Bestimmen Sie das untere Quartil und den Median von X.

(f) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $Y := 2 \cdot X - 3$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Dichtefunktion von X:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{8} & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} & \text{für } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) $P\left(\left\{X > \frac{1}{2}\right\}\right) = \frac{29}{32}, P\left(\left\{\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}\right\}\right) = \frac{19}{32}$

(c) $\mathrm{E}(X) = \frac{59}{48}$

(d) Nein.

(e) $x_{0.25} = 1, x_{0.50} = 1.268$

(f) $$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{für } y \leq -3 \\ \frac{1}{32}y^2 + \frac{1}{4}y + \frac{15}{32} & \text{für } -3 < y \leq -1 \\ -\frac{1}{16}y^2 + \frac{3}{8}y + \frac{11}{16} & \text{für } -1 < y \leq 1 \\ 1 & \text{für } y > 1 \end{cases}$$

Aufgabe 8 (2 + 3 + 9 + 1 + 3 = 18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y):

$X \setminus Y$	1	2	3	$p_{i\cdot}$
-4	0.1	0.14	0.06	
0	0.08	0.08	0.04	
2	0.12	0.18	0.2	
$p_{\cdot j}$				

(a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.

(b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Y unter der Bedingung $X = x_i$ für alle $x_i \in T(X)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(e) Berechnen Sie $\mathrm{E}\,(5X - 2Y)$ sowie $\mathrm{Var}\,(5X - 2Y)$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Ergänzte Tabelle:

$X \setminus Y$	1	2	3	$p_{i\cdot}$
-4	0.1	0.14	0.06	0.3
0	0.08	0.08	0.04	0.2
2	0.12	0.18	0.2	0.5
$p_{\cdot j}$	0.3	0.4	0.3	1

(b) Tabelle der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionswerte von $Y|X = x_i$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

y_j	1	2	3
$p_{Y\|X=-4}(y_j)$	$0.\overline{3}$	$0.4\overline{6}$	0.2
$p_{Y\|X=0}(y_j)$	0.4	0.4	0.2
$p_{Y\|X=2}(y_j)$	0.24	0.36	0.4

(c) Es gilt: $\mathrm{E}(X) = -0.2$, $\mathrm{E}(Y) = 2$, $\mathrm{Var}(X) = 6.76$, $\mathrm{Var}(Y) = 0.6$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 0.32$, $\mathrm{Korr}(X, Y) = 0.1589$

(d) X und Y sind **nicht** stochastisch unabhängig.

(e) $\mathrm{E}\left(5 \cdot X - 2 \cdot Y\right) = -5$, $\mathrm{Var}\left(5 \cdot X - 2 \cdot Y\right) = 165$

Aufgabe 9 (2 + 4 + 3 = 9 Punkte)

Ein Holzschnitzer stellt Weihnachtsfiguren als Unikate in Handarbeit her. Aus langjähriger Erfahrung weiß er, dass er pro Figur im Mittel 2 Stunden bei einer Standardabweichung von 0.3 Stunden benötigt. Man kann davon ausgehen, dass die einzelnen Herstellungszeiten nicht gegenseitig voneinander abhängen. In einem bestimmten Jahr nimmt der Schnitzer vor Weihnachten Bestellungen über insgesamt 64 Figuren an.

(a) Geben Sie die den Erwartungswert sowie die Standardabweichung der gesamten Herstellungszeit (für alle 64 Figuren) an.

(b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Schnitzer insgesamt zwischen 124 und 134 Stunden zur Herstellung aller Figuren benötigt.

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.95-Quantil für die gesamte Herstellungszeit (für alle 64 Figuren) zu bestimmen.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 12!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Erwartungswert: 128, Standardabweichung: 2.4

(b) Gesuchte (genäherte) Wahrscheinlichkeit: 0.9463

(c) (Genähertes) 0.95-Quantil: 131.936

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998