Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Wintersemester 2020/21

PD Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 10 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 14 + 16 + 5 + 10 + 16 + 5 + 18 + 8) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–13 berücksichtigt. Die Zusammenfassung der Aufgabenstellungen am Ende des Klausurhefts darf abgetrennt und muss nicht abgegeben werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

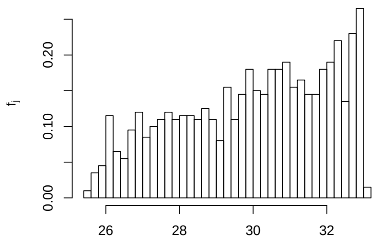
Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

		wahr	falsch
1.	Bei einer Urliste der Länge n zu einem ordinalskalierten Merkmal stimmt das arithmetische Mittel der Werte des zugehörigen Rangmerkmals – auch wenn Bindungen vorliegen – stets mit dem arithmetischen Mittel der ersten n natürlichen Zahlen überein.	■	□
2.	In einem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum gilt für zwei Ereignisse A und B stets $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.	□	■
3.	Wenn ein Schnelltest auf eine infektiöse Krankheit bei Vorliegen einer akuten Infektion mit einer Wahrscheinlichkeit von 98% (korrekterweise) ein positives Resultat liefert, dann ist das gleichbedeutend damit, dass man bei Vorliegen eines negativen Testergebnisses mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% dennoch akut infiziert ist.	□	■
4.	Wenn Sie zweimal nacheinander mit einem fairen (sechsseitigen) Würfel würfeln, dann ist die zweite gewürfelte Zahl mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ mindestens so groß wie die erste gewürfelte Zahl.	□	■
5.	Wenn Sie in Aufgabe 2 dieser Klausur in allen 4 Aufgabenteilen jeweils rein zufällig genau eine der 4 Antwortmöglichkeiten ankreuzen, dann erzielen Sie dort mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{16}$ die volle Punktzahl.	□	■
6.	Hat die Verteilungsfunktion F_X einer Zufallsvariablen X mindestens eine Sprungstelle, so kann X nicht diskret verteilt sein.	□	■
7.	Exponentialverteilte Zufallsvariablen sind stets linkssteil verteilt.	■	□
8.	Die Summe vier unabhängiger $B(25, 0.05)$-verteilter Zufallsvariablen ist $B(100, 0.2)$-verteilt.	□	■

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften das folgende Histogramm *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☐

(b) leptokurtisch und links**steil** ☐

(c) platykurtisch und rechts**steil** ☒

(d) platykurtisch und links**steil** ☐

2. Auf der Bank der Ersatzspieler einer Fußballmannschaft sitzen 9 Spieler. Wenn während des Fußballspiels 5 Ersatzspieler eingewechselt werden und die Reihenfolge der Einwechslungen keine Rolle spielen soll, so beträgt die Anzahl der verschiedenen Einwechslungsmöglichkeiten (für diese Mannschaft) insgesamt:

(a) 9^5 ☐

(b) 5^9 ☐

(c) $(9)_5 = \frac{9!}{4!}$ ☐

(d) $\binom{9}{5} = \frac{9!}{5! \cdot 4!}$ ☒

3. Verteilungsfunktionen eindimensionaler Zufallsvariablen sind stets

(a) monoton wachsend und rechtsseitig stetig. ☒

(b) monoton wachsend und stetig. ☐

(c) streng monoton wachsend und rechtsseitig stetig. ☐

(d) streng monoton wachsend und stetig. ☐

4. Der zweidimensionale diskrete Zufallsvektor (X, Y) besitze 7 Trägerpunkte, die alle auf einer Geraden mit Steigung -0.1 liegen. Dann gilt:

(a) $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.1$ ☐

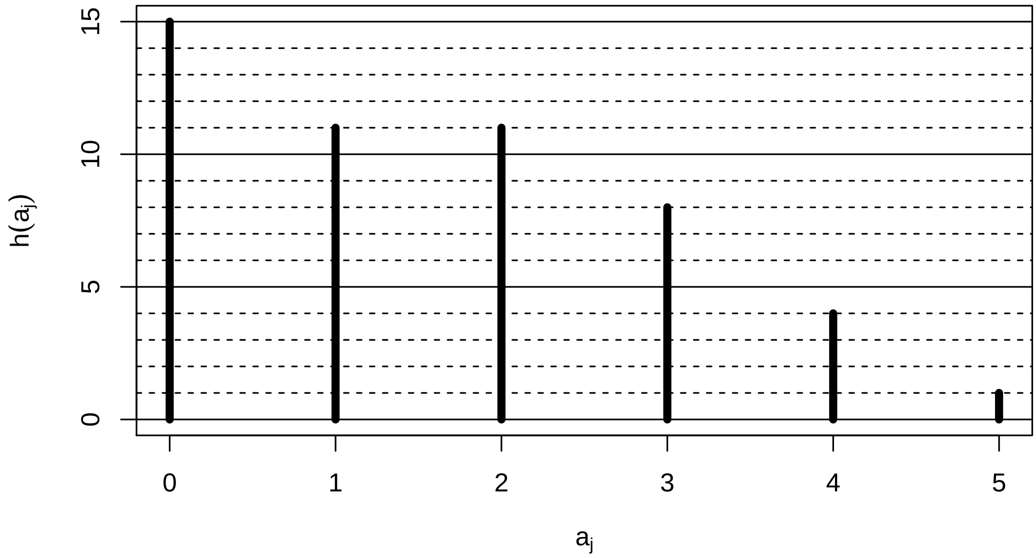
(b) $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.7$ ☐

(c) $\mathrm{Korr}(X, Y) = +0.7$ ☐

(d) $\mathrm{Korr}(X, Y) = -1$ ☒

Aufgabe 3 (4 + 5 + 3 + 1 + 1 = 14 Punkte)

Zu einem erhobenen Merkmal X sei das folgende Stabdiagramm gegeben:



(a) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten.

(b) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Standardabweichung des Merkmals X.

(c) Geben Sie die empirische Verteilungsfunktion des Merkmals X an.

(d) Wie groß ist der Anteil der Urlisteneinträge, die Werte von weniger als 2 annehmen?

(e) Bestimmen Sie ein oberes Quartil des Merkmals X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Häufigkeitstabelle (mit absoluten und relativen Häufigkeiten):

a_j	0	1	2	3	4	5	Σ
$h(a_j)$	15	11	11	8	4	1	50
$r(a_j)$	0.30	0.22	0.22	0.16	0.08	0.02	1.00

(b) $\overline{x} = 1.56$, $s = 1.3735$

(c) Empirische Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & \text{für} \quad x < 0 \\ 0.30 & \text{für} \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.52 & \text{für} \quad 1 \leq x < 2 \\ 0.74 & \text{für} \quad 2 \leq x < 3 \\ 0.90 & \text{für} \quad 3 \leq x < 4 \\ 0.98 & \text{für} \quad 4 \leq x < 5 \\ 1.00 & \text{für} \quad x \geq 5 \end{cases}$$

(d) Gesuchter Anteil: $0.52 = 52\%$

(e) $x_{0.75} = 3$

Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 = 16 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 40$ gegeben:

15.83, 18.98, 19.55, 20.41, 21.02, 21.38, 21.48, 23.25, 23.32, 23.68, 27.02, 27.19, 28.10, 28.78, 29.33, 29.92, 30.10, 31.35, 31.42, 32.32, 32.78, 33.69, 33.90, 34.10, 34.20, 34.49, 34.60, 35.42, 36.62, 36.96, 37.08, 37.09, 37.83, 38.12, 38.33, 38.68, 38.69, 38.84, 38.93, 39.29

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (10, 20],\ K_2 = (20, 30],\ K_3 = (30, 35],\ K_4 = (35, 40]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(c) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 25 und 35. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(d) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *den* Median sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassen-breite b_j	Klassen-mitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeits-dichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungs-funktion $F(k_j)$
1	$(10, 20]$	10	15.0	3	0.075	0.0075	0.075
2	$(20, 30]$	10	25.0	13	0.325	0.0325	0.400
3	$(30, 35]$	5	32.5	11	0.275	0.0550	0.675
4	$(35, 40]$	5	37.5	13	0.325	0.0650	1.000

(b) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 10 \\ 0.0075 \cdot (x - 10) & \text{für } 10 < x \leq 20 \\ 0.075 + 0.0325 \cdot (x - 20) & \text{für } 20 < x \leq 30 \\ 0.4 + 0.055 \cdot (x - 30) & \text{für } 30 < x \leq 35 \\ 0.675 + 0.065 \cdot (x - 35) & \text{für } 35 < x \leq 40 \\ 1 & \text{für } x > 40 \end{cases}$$

(c) Anzahl (aus Urliste): 17
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 17.5

(d) Median:

- exakt (aus Urliste): 32.55
- approximativ: $31.\overline{81}$

Aufgabe 5 (1 + 2 + 2 = 5 Punkte)

Eine Urne enthält 50 gleichartige Kugeln, von denen 8 schwarz und gepunktet, 12 weiß und gepunktet, 12 schwarz und kariert sowie 18 weiß und kariert sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

(a) eine rein zufällig aus der Urne entnommene Kugel schwarz und kariert ist?

(b) eine rein zufällig aus der Urne entnommene Kugel weiß ist?

(c) eine rein zufällig aus der Urne entnommene Kugel gepunktet ist, wenn man weiß, dass sie schwarz ist?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\frac{6}{25}$

(b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{2}{5}$

Aufgabe 6 (6 + 2 + 2 = 10 Punkte)

Ein Hersteller von Tiefkühlfertiggerichten bezieht seine Frischfischlieferungen von den vier Großhändlern A, B, C und D. Dabei werden einzelne Lieferungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 15% von Lieferant A, 15% von Lieferant B, 50% von Lieferant C und 20% von Lieferant D geliefert. Bei den anschließenden Qualitätskontrollen gibt es erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 97% bei Lieferant A, 96% bei Lieferant B, 98% bei Lieferant C und 97% bei Lieferant D keinen Anlass zu Beanstandungen.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Lieferung in der Qualitätskontrolle nicht beanstandet wird?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine von der Qualitätskontrolle beanstandete Lieferung von Großhändler C geliefert wurde?

(c) Sind die Ereignisse „Lieferung wird beanstandet" und „Lieferung stammt von Großhändler C" stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 0.9735

(b) 0.3774

(c) Nein.

Aufgabe 7 (3 + 2 + 6 + 1 + 4 = 16 Punkte)

Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -1 \\ \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} & \text{für } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie eine Dichtefunktion f_X von X.

(b) Berechnen Sie $P(\{X > 1\})$ und $P(\{0 < X \leq 1\})$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$.

(d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?

(e) Bestimmen Sie den Median von X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Dichtefunktion von X:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) $P(\{X > 1\}) = \frac{1}{6}, P(\{0 < X \leq 1\}) = \frac{1}{2}$

(c) $\mathrm{E}(X) = \frac{1}{3}$

(d) Nein.

(e) $x_{0.50} = 0.2679$

Aufgabe 8 (2 + 3 = 5 Punkte)

Als Hausaufgabe im Fach Bildende Kunst waren die Geburtsorte von 20 Bildhauern auswendig zu lernen. Die Schülerin Elsa Emsig hat 17 dieser Geburtsorte auswendig gelernt (die Chance, bei den anderen 3 Geburtsorten durch Raten eine richtige Antwort zu geben, sei gleich Null). Der Lehrer überprüft, ob Elsa die Hausaufgabe ordentlich erledigt hat, indem er 4 Mal rein zufällig und unabhängig voneinander einen der Bildhauer auswählt und die zugehörigen Geburtsorte abfragt. Kann Elsa mindestens zu 3 dieser 4 Bildhauer die Geburtsorte korrekt angeben, so ist die Überprüfung bestanden.

(a) Welche Verteilung besitzt die Anzahl der von Elsa abgegebenen richtigen Antworten?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht Elsa die Überprüfung?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $B(4, 0.85)$

(b) 0.89048125

Aufgabe 9 $(2 + 3 + 9 + 1 + 3 = 18 \text{ Punkte})$

Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y):

$X \setminus Y$	-1	0	2	$p_{i\cdot}$
1	0.04	0.16	0.2	
3	0.08	0.16	0.16	
5	0.08	0.08	0.04	
$p_{\cdot j}$				

(a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.

(b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X unter der Bedingung $Y = y_j$ für alle $y_j \in T(Y)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(e) Berechnen Sie $\mathrm{E}(4X - 3Y)$ sowie $\mathrm{Var}(4X - 3Y)$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Ergänzte Tabelle:

$X \setminus Y$	-1	0	2	$p_{i\cdot}$
1	0.04	0.16	0.2	0.4
3	0.08	0.16	0.16	0.4
5	0.08	0.08	0.04	0.2
$p_{\cdot j}$	0.2	0.4	0.4	1

(b) Tabelle der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionswerte von $X|Y = y_j$, $j \in \{1, 2, 3\}$:

x_i	1	3	5
$p_{X\|Y=-1}(x_i)$	0.2	0.4	0.4
$p_{X\|Y=0}(x_i)$	0.4	0.4	0.2
$p_{X\|Y=2}(x_i)$	0.5	0.4	0.1

(c) Es gilt: $\mathrm{E}(X) = 2.6$, $\mathrm{E}(Y) = 0.6$, $\mathrm{Var}(X) = 2.24$, $\mathrm{Var}(Y) = 1.44$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = -0.48$, $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.2673$

(d) X und Y sind **nicht** stochastisch unabhängig.

(e) $\mathrm{E}\left(4 \cdot X - 3 \cdot Y\right) = 8.6$, $\mathrm{Var}\left(4 \cdot X - 3 \cdot Y\right) = 60.32$

Aufgabe 10 (2 + 2 + 4 = 8 Punkte)

Ein freiberuflicher Netzwerktechniker benötigt für das Auflegen eines Netzwerkanschlusses im Mittel 10 Minuten bei einer Standardabweichung von 2 Minuten. Man kann davon ausgehen, dass die benötigten Zeitdauern für die einzelnen Anschlüsse nicht gegenseitig voneinander abhängen. In einem bestimmten Schaltschrank sind insgesamt 36 Anschlüsse aufzulegen.

(a) Geben Sie die den Erwartungswert sowie die Standardabweichung der gesamten Arbeitszeit (für alle 36 Netzwerkanschlüsse) an.

(b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Netzwerktechniker nicht länger als 6.25 Stunden bzw. 375 Minuten zum Auflegen aller Anschlüsse benötigt.

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise einen um den zugehörigen Erwartungswert symmetrischen Bereich zu bestimmen, in dem sich die gesamte Arbeitszeit für 36 Netzwerkanschlüsse mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.95 realisiert.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 14!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Erwartungswert: 360, Standardabweichung: 12

(b) Gesuchte (genäherte) Wahrscheinlichkeit: 89.44%

(c) $[336.48, 383.52]$

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998