Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Sommersemester 2024

apl. Prof. Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 18 + 15 + 11 + 19 + 6 + 9 + 16 + 18 + 8) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben

Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
Σ						

Aufgabe 1 (18 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

wahr falsch

1. Die Summe der Flächeninhalte aller Rechtecke eines Histogramms beträgt stets 1. — wahr ■ falsch □

2. Wenn Sie mit einem Elektrofahrzeug 300 km bei einem durchschnittlichen Verbrauch von 20 kWh pro 100 km und anschließend 200 km bei einem durchschnittlichen Verbrauch von 15 kWh pro 100 km zurücklegen, so beträgt der Gesamtdurchschnitt des Verbrauchs 18 kWh pro 100 km. — wahr ■ falsch □

3. Modalwerte eines Merkmals X können nur dann bestimmt werden, wenn das Merkmal X ordinal- oder kardinalskaliert ist. — wahr □ falsch ■

4. Wenn die Aufstellung einer 4×400-m-Staffel aus der Auswahl von 4 aus 6 Kadersportlerinnen sowie der Festlegung der Reihenfolge für die ausgewählten 4 Sportlerinnen besteht, so gibt es für die Aufstellung insgesamt 360 Möglichkeiten. — wahr ■ falsch □

5. In einem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum ist die Anzahl der Elemente in Ω stets endlich. — wahr ■ falsch □

6. Seien $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$ mit $0 < P(A) < 1$. Dann gilt stets: — wahr □ falsch ■
$$P(B|A) + P(B|\overline{A}) = 1$$

7. Binomialverteilte Zufallsvariablen sind stets symmetrisch (um ihren Erwartungswert) verteilt. — wahr □ falsch ■

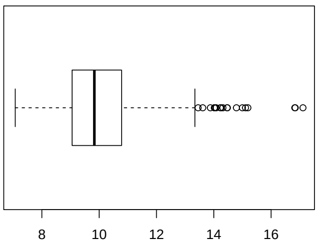
8. Gilt $\mathrm{Cov}(X, Y) = 0$ für zwei Zufallsvariablen X und Y, so gilt stets auch $\mathrm{E}(X \cdot Y) = \mathrm{E}(X) \cdot \mathrm{E}(Y)$. — wahr ■ falsch □

9. Liegen alle Trägerpunkte eines zweidimensionalen diskreten Zufallsvektors (X, Y) auf einer Geraden mit der Steigung 0.3, so gilt $\mathrm{Korr}(X, Y) = 0.3$. — wahr □ falsch ■

Aufgabe 2 (15 Punkte)

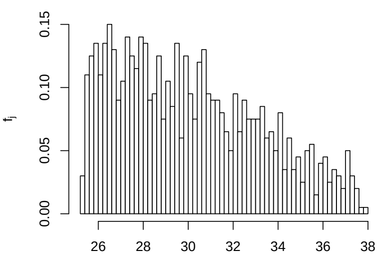
Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☐
(b) leptokurtisch und links**steil** ■
(c) platykurtisch und rechts**steil** ☐
(d) platykurtisch und links**steil** ☐

2. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften das folgende Histogramm *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☐
(b) leptokurtisch und links**steil** ☐
(c) platykurtisch und rechts**steil** ☐
(d) platykurtisch und links**steil** ■

3. Die Ränge $\mathrm{rg}(X)_1, \ldots, \mathrm{rg}(X)_8$ zur (der Einfachheit halber sortierten) Urliste

sehr zufrieden, sehr zufrieden, zufrieden, zufrieden,
weniger zufrieden, unzufrieden, unzufrieden, unzufrieden

des ordinalskalierten Merkmals X lauten:

(a) 1, 1, 3, 3, 5, 6, 6, 6 ☐
(b) 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4 ☐
(c) 1.5, 1.5, 3.5, 3.5, 4, 6.5, 6.5, 6.5 ☐
(d) 1.5, 1.5, 3.5, 3.5, 5, 7, 7, 7 ■

4. Die Anzahl der verschiedenen (sechsstelligen) Zahlen, die aus den Ziffern 3, 3, 5, 5, 8, 9 gebildet werden können, beträgt:

(a)	180	■
(b)	256	☐
(c)	720	☐
(d)	16200	☐

5. Sind X_1, X_2 und X_3 drei stochastisch unabhängige Zufallsvariablen mit $X_1 \sim N(40, 6^2)$, $X_2 \sim N(40, 9^2)$ und $X_3 \sim N(40, 2^2)$, dann ist die Verteilung von $X_1 + X_2 + X_3$ eine

(a)	$N(40, 11^2)$-Verteilung.	☐
(b)	$N(40, 17^2)$-Verteilung.	☐
(c)	$N(120, 11^2)$-Verteilung.	■
(d)	$N(120, 17^2)$-Verteilung.	☐

Aufgabe 3 (4 + 1 + 5 + 1 = 11 Punkte)

Zu einem erhobenen Merkmal X sei die folgende empirische Verteilungsfunktion gegeben:

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & \text{für} \quad x < 1 \\ 0.14 & \text{für} \quad 1 \leq x < 3 \\ 0.56 & \text{für} \quad 3 \leq x < 5 \\ 0.80 & \text{für} \quad 5 \leq x < 7 \\ 0.92 & \text{für} \quad 7 \leq x < 9 \\ 0.98 & \text{für} \quad 9 \leq x < 11 \\ 1.00 & \text{für} \quad x \geq 11 \end{cases}$$

Außerdem sei die Länge der Urliste $n = 50$ bekannt.

(a) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten.

(b) Wie groß ist der Anteil der Urlisteneinträge, die Werte von weniger als 7 annehmen?

(c) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X.

(d) Bestimmen Sie einen Median des Merkmals X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Häufigkeitstabelle (mit absoluten und relativen Häufigkeiten):

a_j	1	3	5	7	9	11	Σ
$r(a_j)$	0.14	0.42	0.24	0.12	0.06	0.02	1.00
$h(a_j)$	7	21	12	6	3	1	50

(b) Gesuchter Anteil: $0.8 = 80\%$

(c) $\overline{x} = 4.2$, $s^2 = 5.44$

(d) $x_{0.50} = 3$

Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 40$ gegeben:

11.70, 13.29, 15.84, 18.11, 18.50, 18.97, 22.60, 25.97, 28.00, 29.55, 30.85, 31.83, 32.40, 34.77, 36.13, 39.02, 43.25, 45.80, 46.16, 46.42, 47.66, 48.76, 50.40, 51.25, 55.03, 58.24, 58.41, 61.45, 61.68, 64.21, 64.68, 65.15, 65.19, 70.37, 72.18, 76.02, 77.70, 78.69, 83.57, 86.68

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (10, 20],\ K_2 = (20, 40],\ K_3 = (40, 60],\ K_4 = (60, 100]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 47.162?

(d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 20 und 50. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *das* untere Quartil sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassen-breite b_j	Klassen-mitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeits-dichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungs-funktion $F(k_j)$
1	$(10, 20]$	10	15	6	0.150	0.015000	0.150
2	$(20, 40]$	20	30	10	0.250	0.012500	0.400
3	$(40, 60]$	20	50	11	0.275	0.013750	0.675
4	$(60, 100]$	40	80	13	0.325	0.008125	1.000

(b) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \leq 10 \\ 0.015 \cdot (x - 10) & \text{für} \quad 10 < x \leq 20 \\ 0.15 + 0.0125 \cdot (x - 20) & \text{für} \quad 20 < x \leq 40 \\ 0.4 + 0.01375 \cdot (x - 40) & \text{für} \quad 40 < x \leq 60 \\ 0.675 + 0.008125 \cdot (x - 60) & \text{für} \quad 60 < x \leq 100 \\ 1 & \text{für} \quad x > 100 \end{cases}$$

(c) Mittelwert (näherungsweise): 49.5, relative Abweichung vom exakten Wert: 0.04957 bzw. 4.957%

(d) Anzahl (aus Urliste): 16
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 15.5

(e) Unteres Quartil:

- exakt (aus Urliste): 30.2
- approximativ: 28

Aufgabe 5 (4 + 2 = 6 Punkte)

Von den Unternehmen, die sich auf einer 2-tägigen Messe präsentieren, sind 5% nur am 1. Tag sowie 10% nur am 2. Tag vertreten (die restlichen 85% sind an beiden Tagen vertreten).

(a) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein (zufällig ausgewähltes) Unternehmen, das am 1. Tag vertreten war, auch am 2. Tag vertreten ist?

(b) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein (zufällig ausgewähltes) Unternehmen, das am 2. Tag vertreten ist, nicht schon am 1. Tag vertreten war?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $0.9444 = 94.44\%$

(b) $0.1053 = 10.53\%$

Aufgabe 6 (6 + 2 + 1 = 9 Punkte)

In einer Fußballmannschaft sind die vier Mitspielerinnen Anna, Beate, Christine und Diana für die Ausführung von Eckstößen zuständig. Dabei werden Eckstöße mit einer Wahrscheinlichkeit von 35% von Anna, mit einer Wahrscheinlichkeit von 35% von Beate, mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% von Christine und mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% von Diana ausgeführt. Aus einer ausführlichen statistischen Auswertung ist bekannt, dass Eckstöße von Anna mit einer Wahrscheinlichkeit von 18%, Eckstöße von Beate mit einer Wahrscheinlichkeit von 15%, Eckstöße von Christine mit einer Wahrscheinlichkeit von 12% und Eckstöße von Diana mit einer Wahrscheinlichkeit von 9% zu einem Tor führen.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Eckstoß nicht zu einem Tor führt?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Eckstoß, der zu einem Tor geführt hat, von Christine ausgeführt wurde?

(c) Sind die Ereignisse „Eckstoß führt zu einem Tor“ und „Eckstoß wird von Christine ausgeführt“ stochastisch unabhängig?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 0.8515

(b) 0.1616

(c) Nein.

Aufgabe 7 (3 + 2 + 6 + 1 + 4 = 16 Punkte)

Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -4 \\ \frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} & \text{für } -4 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{16}x^2 + \frac{3}{8}x + \frac{1}{2} & \text{für } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie eine Dichtefunktion f_X von X.

(b) Berechnen Sie $P(\{X > -2\})$ und $P(\{-2 < X \leq 1\})$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$.

(d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?

(e) Bestimmen Sie das obere Quartil von X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Dichtefunktion von X:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{16}x + \frac{1}{4} & \text{für } -4 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{8}x + \frac{3}{8} & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) $P(\{X > -2\}) = \frac{7}{8}$, $P(\{-2 < X \leq 1\}) = \frac{11}{16}$

(c) $\mathrm{E}(X) = -\frac{1}{4}$

(d) Nein.

(e) $x_{0.75} = 0.7639$

Aufgabe 8 (2 + 3 + 9 + 1 + 3 = 18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y):

$X \setminus Y$	-2	0	2	$p_{i\cdot}$
2	0.16	0.04	0.05	
4	0.40	0.15	0.05	
6	0.04	0.01	0.10	
$p_{\cdot j}$				

(a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.

(b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Y unter der Bedingung $X = x_i$ für alle $x_i \in T(X)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(e) Berechnen Sie $\mathrm{E}\,(3X - 2Y)$ sowie $\mathrm{Var}\,(3X - 2Y)$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Ergänzte Tabelle:

$X \setminus Y$	-2	0	2	$p_{i\cdot}$
2	0.16	0.04	0.05	0.25
4	0.40	0.15	0.05	0.60
6	0.04	0.01	0.10	0.15
$p_{\cdot j}$	0.60	0.20	0.20	1.00

(b) Tabelle der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionswerte von $Y|X = x_i$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

y_j	-2	0	2
$p_{Y\|X=2}(y_j)$	$\frac{16}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{5}$
$p_{Y\|X=4}(y_j)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
$p_{Y\|X=6}(y_j)$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{3}$

(c) Es gilt: $\mathrm{E}(X) = 3.8$, $\mathrm{E}(Y) = -\frac{4}{5}$, $\mathrm{Var}(X) = 1.56$, $\mathrm{Var}(Y) = 2.56$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = 0.52$, $\mathrm{Korr}(X, Y) = 0.2602$

(d) X und Y sind **nicht** stochastisch unabhängig.

(e) $\mathrm{E}\left(3 \cdot X - 2 \cdot Y\right) = 13$, $\mathrm{Var}\left(3 \cdot X - 2 \cdot Y\right) = 18.04$

Aufgabe 9 (3 + 2 + 3 = 8 Punkte)

Aufgrund langjähriger Aufzeichnungen über entsprechende Wahlbeteiligungen gehe man davon aus, dass sich die 16600 wahlberechtigten Studierenden bei einer anstehenden Senatswahl unabhängig voneinander jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 7.5% dazu entschließen, ihr Wahlrecht auch auszuüben und einen Stimmzettel auszufüllen.

(a) Wie ist die Anzahl der ausgefüllten Stimmzettel Y exakt verteilt? Geben Sie auch den Erwartungswert $\mathrm{E}(Y)$ sowie die Varianz $\mathrm{Var}(Y)$ der Anzahl der ausgefüllten Stimmzettel an.

(b) Die Wahlleitung entschließt sich aus ökologischen und ökonomischen Gründen, zunächst nur 1300 Stimmzettel für die Wahl auszudrucken und weitere Stimmzettel erst bei Bedarf nachzudrucken, falls mehr als die zunächst gedruckten Stimmzettel benötigt werden sollten. Mit welcher (mit dem zentralen Grenzwertsatz näherungsweise zu bestimmenden) Wahrscheinlichkeit müssen keine Stimmzettel nachgedruckt werden?

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise die (kleinste) Anzahl von Stimmzetteln zu bestimmen, die mit einer Wahrscheinlichkeit von (mindestens) 99% ausreichend ist.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 13!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $Y \sim B(16600, 0.075)$, $\mathrm{E}(Y) = 1245$, $\mathrm{Var}(Y) = 1151.625$

(b) Gesuchte (genäherte) Wahrscheinlichkeit: 94.74%

(c) Gesuchte (genäherte) Anzahl: 1325

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998