Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Sommersemester 2018

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 10 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 11 + 19 + 6 + 8 + 8 + 16 + 16 + 8) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

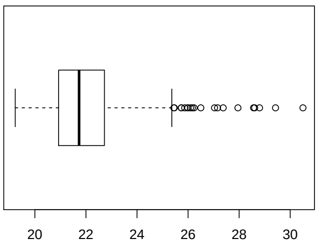
	Aussage	wahr	falsch
1.	Das arithmetische Mittel $\overline{\text{rg}(X)}$ eines Rangmerkmals $\text{rg}(X)$ hängt nur von der Länge der Urliste des Merkmals und nicht von den konkreten Merkmalsausprägungen ab.	■	□
2.	Ist der korrigierte Pearsonsche Kontingenzkoeffizient von zwei Merkmalen X und Y positiv, dann gehen große Werte von X tendenziell auch mit großen Werten von Y einher.	□	■
3.	Es seien A und B zwei Ereignisse in einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ mit $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.3$ und $P(A \cup B) = 0.4$. Damit gilt $P(A \cap B) = 0.1$.	□	■
4.	Ist $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum, so sind zwei Ereignisse $A, B \in \mathcal{F}$ genau dann stochastisch unabhängig, wenn $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ gilt.	□	■
5.	In einem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum stimmen die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse überein.	■	□
6.	Für eine Zufallsvariable X über einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ gelte $P(X \in \{0, 8, 15\}) = 1$. Damit ist X eine diskrete Zufallsvariable.	■	□
7.	Die Differenz einer $N(100, 6^2)$-verteilten Zufallsvariablen und einer hiervon stochastisch unabhängigen $N(50, 3^2)$-verteilten Zufallsvariablen ist $N(50, 5^2)$-verteilt.	□	■
8.	Die Kovarianz zweier Zufallsvariablen ist betragsmäßig niemals größer als das Produkt ihrer beiden Standardabweichungen.	■	□

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☐

(b) leptokurtisch und links**steil** ☒

(c) platykurtisch und rechts**steil** ☐

(d) platykurtisch und links**steil** ☐

2. Die Selbstkosten eines Produkts setzen sich (aktuell) aus 75% Herstellkosten, 15% Vertriebskosten sowie 10% Verwaltungskosten zusammen. Welche prozentuale Reduzierung der Selbstkosten ergibt sich (gerundet), wenn 5% der Herstellkosten, 20% der Vertriebskosten sowie 3% der Verwaltungskosten eingespart werden?

(a) 9.33% ☐

(b) 7.05% ☒

(c) 9.66% ☐

(d) 7.22% ☐

3. Es sei x_p ein p-Quantil des Merkmals X. Dann ist

(a) höchstens ein Anteil von p der Merkmalswerte von X höchstens so groß wie x_p und höchstens ein Anteil von $1-p$ mindestens so groß wie x_p. ☐

(b) mindestens ein Anteil von p der Merkmalswerte von X mindestens so groß wie x_p und mindestens ein Anteil von $1-p$ höchstens so groß wie x_p. ☐

(c) mindestens ein Anteil von p der Merkmalswerte von X höchstens so groß wie x_p und mindestens ein Anteil von $1-p$ mindestens so groß wie x_p. ☒

(d) höchstens ein Anteil von p der Merkmalswerte von X mindestens so groß wie x_p und höchstens ein Anteil von $1-p$ höchstens so groß wie x_p. ☐

4. Verteilungsfunktionen eindimensionaler Zufallsvariablen sind stets

(a) streng monoton wachsend und rechtsseitig stetig. ☐

(b) streng monoton wachsend und stetig. ☐

(c) monoton wachsend und rechtsseitig stetig. ☒

(d) monoton wachsend und stetig. ☐

Aufgabe 3 (4 + 1 + 5 + 1 = 11 Punkte)

Zu einem erhobenen Merkmal X sei die folgende empirische Verteilungsfunktion gegeben:

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & \text{für} \quad x < -3 \\ 0.06 & \text{für} \quad -3 \le x < 0 \\ 0.28 & \text{für} \quad 0 \le x < 3 \\ 0.50 & \text{für} \quad 3 \le x < 6 \\ 0.86 & \text{für} \quad 6 \le x < 9 \\ 0.96 & \text{für} \quad 9 \le x < 12 \\ 1.00 & \text{für} \quad x \ge 12 \end{cases}$$

Außerdem sei die Länge der Urliste $n = 50$ bekannt.

(a) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten.

(b) Wie groß ist der Anteil der Urlisteneinträge, die Werte von weniger als 5 annehmen?

(c) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X.

(d) Bestimmen Sie ein oberes Quartil des Merkmals X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Häufigkeitstabelle (mit absoluten und relativen Häufigkeiten):

a_j	-3	0	3	6	9	12	Σ
$r(a_j)$	0.06	0.22	0.22	0.36	0.10	0.04	1.00
$h(a_j)$	3	11	11	18	5	2	50

(b) Gesuchter Anteil: $0.5 = 50\%$

(c) $\overline{x} = 4.02$, $s^2 = 13.1796$

(d) $x_{0.75} = 6$

Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 30$ gegeben:

13.11, 13.35, 14.90, 16.42, 17.25, 18.84, 20.74, 21.04, 21.86, 22.55, 22.76, 24.18, 25.68, 25.90, 27.16, 27.37, 27.49, 27.79, 28.35, 28.51, 29.01, 29.56, 29.80, 30.83, 31.23, 31.95, 32.30, 33.79, 34.30, 34.64

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (5, 15],\ K_2 = (15, 25],\ K_3 = (25, 31],\ K_4 = (31, 35]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 25.422?

(d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 20 und 33. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *den* Median sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassen-breite b_j	Klassen-mitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeits-dichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungs-funktion $F(k_j)$
1	$(5, 15]$	10	10	3	0.1	0.01	0.1
2	$(15, 25]$	10	20	9	0.3	0.03	0.4
3	$(25, 31]$	6	28	12	0.4	$0.0\overline{6}$	0.8
4	$(31, 35]$	4	33	6	0.2	0.05	1.0

(b) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 5 \\ 0.01 \cdot (x-5) & \text{für } 5 < x \leq 15 \\ 0.1 + 0.03 \cdot (x-15) & \text{für } 15 < x \leq 25 \\ 0.4 + 0.0\overline{6} \cdot (x-25) & \text{für } 25 < x \leq 31 \\ 0.8 + 0.05 \cdot (x-31) & \text{für } 31 < x \leq 35 \\ 1 & \text{für } x > 35 \end{cases}$$

(c) Mittelwert (näherungsweise): 24.8, relative Abweichung vom exakten Wert: -0.02447 bzw. -2.447%

(d) Anzahl (aus Urliste): 21
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 19.5

(e) Median:

- exakt (aus Urliste): 27.265
- approximativ: 26.5

Aufgabe 5 (1.5 + 1.5 + 1.5 + 1.5 = 6 Punkte)

Beim Einlaufen einer 11-köpfigen Fußballmannschaft auf den Platz laufen nacheinander in einer Reihe zuerst der Kapitän, dann der Torwart (falls dieser nicht auch der Kapitän ist) und anschließend die restlichen 9 (bzw. 10) Spieler ein.

(a) Wie viele verschiedene Reihenfolgen der Spieler gibt es beim Einlaufen, wenn der Torwart nicht gleichzeitig Kapitän der Mannschaft und die Reihenfolge der Spieler nach dem Torwart beliebig ist?

(b) Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es, wenn der Torwart gleichzeitig Kapitän der Mannschaft und die Reihenfolge der anderen Spieler beliebig ist?

(c) Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es, wenn der Torwart gleichzeitig Kapitän der Mannschaft ist und anschließend zunächst die 4 Abwehrspieler, dann die 4 Mittelfeldspieler und zuletzt die beiden Stürmer einlaufen sollen?

(d) Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es, wenn der Torwart gleichzeitig Kapitän der Mannschaft ist und anschließend die Gruppen der 4 Abwehrspieler, der 4 Mittelfeldspieler und der beiden Stürmer zwar zusammenhängend einlaufen sollen, die Reihenfolge dieser Gruppen (Abwehr, Mittelfeld, Sturm) jedoch beliebig ist?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 362880

(b) 3628800

(c) 1152

(d) 6912

Aufgabe 6 (4 + 2 + 2 = 8 Punkte)

An einer seltenen Krankheit seien 2% der Bevölkerung einer bestimmten Altersgruppe erkrankt. Zum Einsatz in flächendeckenden Früherkennungsuntersuchungen existiere ein medizinisches Diagnoseverfahren, welches erkrankte Personen mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% (korrekterweise) auch als krank einstuft, bei gesunden (bzw. nicht an dieser Krankheit erkrankten) Personen allerdings mit einer Wahrscheinlichkeit von 3% (fälschlicherweise) ebenfalls eine entsprechende Erkrankung diagnostiziert.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Patient in der betrachteten Altersgruppe im Rahmen einer Früherkennungsuntersuchung als krank eingestuft?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sich eine positive Diagnose bei einer Früherkennungsuntersuchung in der betrachteten Altersgruppe als falsch herausstellen?

(c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Diagnose bei einer Früherkennungsuntersuchung in der betrachteten Altersgruppe?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 0.0492

(b) 0.5976

(c) 0.9704

Aufgabe 7 (1 + 2 + 2 + 3 = 8 Punkte)

Die Anzahl der Flugzeugunfälle mit Todesfolge pro Jahr auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen lasse sich als eine Pois(0.4)-verteilte Zufallsvariable auffassen. Außerdem soll angenommen werden, dass die Anzahl der Flugzeugunfälle mit Todesfolge pro Jahr auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen für unterschiedliche Jahre stochastisch unabhängig ist.

(a) Welchen Erwartungswert hat die Anzahl der Flugzeugunfälle mit Todesfolge pro Jahr auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ereignen sich in einem Jahr auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen 0 Unfälle mit Todesfolge?

(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ereignet sich in einem Jahr auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen mehr als 1 Unfall mit Todesfolge?

(d) Welche Verteilung hat die Anzahl der Flugzeugunfälle mit Todesfolge pro Jahrzehnt auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ereignet sich in einem Zehnjahreszeitraum auf von U. S. Airlines betriebenen Flügen mindestens 1 Unfall mit Todesfolge?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\mathrm{E}(X) = 0.4$

(b) 0.67032

(c) 0.06155

(d) 0.981684

Aufgabe 8 $(3 + 2 + 6 + 1 + 4 = 16$ Punkte$)$

Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -2 \\ \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{für } -2 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{24}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{für } 0 < x \leq 4 \\ 1 & \text{für } x > 4 \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie eine Dichtefunktion f_X von X.

(b) Berechnen Sie $P(\{X > 0\})$ und $P(\{1 \leq X \leq 3\})$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$.

(d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?

(e) Bestimmen Sie das obere Quartil von X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Dichtefunktion von X:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{3} & \text{für } -2 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{12}x + \frac{1}{3} & \text{für } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) $P(\{X > 0\}) = \frac{2}{3}, P(\{1 \leq X \leq 3\}) = \frac{1}{3}$

(c) $\mathrm{E}(X) = \frac{2}{3}$

(d) Nein.

(e) $x_{0.75} = 1.551$

Aufgabe 9 (2 + 8 + 1 + 2 + 3 = 16 Punkte)

Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Es seien X die Anzahl der Würfe mit einer Augenzahl ≤ 4 sowie Y die Anzahl der Würfe mit einer Augenzahl ≥ 4.

(a) Welcher Verteilung genügen X und Y (jeweils)?

(b) Die gemeinsame Verteilung von (X, Y) ist gegeben durch:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	0	0	$\frac{1}{9}$
1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$

Bestimmen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

Hinweis: Beachten Sie, dass Sie die diesen Aufgabenteil unter Verwendung der Ergebnisse aus Teil (a) zum Teil recht schnell und insbesondere vollständig ohne die Bestimmung der Randwahrscheinlichkeiten von X und Y lösen können!

(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit nehmen sowohl X als auch Y Werte von mindestens 1 an?

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.

(e) Berechnen Sie $\mathrm{E}(6X - 4Y)$ sowie $\mathrm{Var}(6X - 4Y)$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $X \sim B(2, \frac{2}{3})$, $Y \sim B(2, \frac{1}{2})$.

(b) $\mathrm{E}(X) = \frac{4}{3}$, $\mathrm{E}(Y) = 1$, $\mathrm{Var}(X) = \frac{4}{9}$, $\mathrm{Var}(Y) = \frac{1}{2}$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = -\frac{1}{3}$, $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.7071$

(c) $\dfrac{23}{36}$

(d) X und Y sind **nicht** stochastisch unabhängig.

(e) $\mathrm{E}(6 \cdot X - 4 \cdot Y) = 4$, $\mathrm{Var}(6 \cdot X - 4 \cdot Y) = 40$

Aufgabe 10 (3 + 2 + 3 = 8 Punkte)

Aufgrund langjähriger Aufzeichnungen über entsprechende Wahlbeteiligungen gehe man davon aus, dass sich die 14800 wahlberechtigten Studierenden bei einer anstehenden Senatswahl unabhängig voneinander jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 7.5% dazu entschließen, ihr Wahlrecht auch auszuüben und einen Stimmzettel auszufüllen.

(a) Wie ist die Anzahl der ausgefüllten Stimmzettel Y exakt verteilt? Geben Sie auch den Erwartungswert $\mathrm{E}(Y)$ sowie die Varianz $\mathrm{Var}(Y)$ der Anzahl der ausgefüllten Stimmzettel an.

(b) Die Wahlleitung entschließt sich aus ökologischen und ökonomischen Gründen, zunächst nur 1175 Stimmzettel für die Wahl auszudrucken und weitere Stimmzettel erst bei Bedarf nachzudrucken, falls mehr als die zunächst gedruckten Stimmzettel benötigt werden sollten. Mit welcher (mit dem zentralen Grenzwertsatz näherungsweise zu bestimmenden) Wahrscheinlichkeit müssen keine Stimmzettel nachgedruckt werden?

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise die (kleinste) Anzahl von Stimmzetteln zu bestimmen, die mit einer Wahrscheinlichkeit von (mindestens) 99.5% ausreichend ist.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 13!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $Y \sim B(14800, 0.075)$, $\mathrm{E}(Y) = 1110$, $\mathrm{Var}(Y) = 1026.75$

(b) Gesuchte (genäherte) Wahrscheinlichkeit: 97.88%

(c) Gesuchte (genäherte) Anzahl: 1193

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998