Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Sommersemester 2016

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 13 + 19 + 9 + 18 + 5 + 18 + 10) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

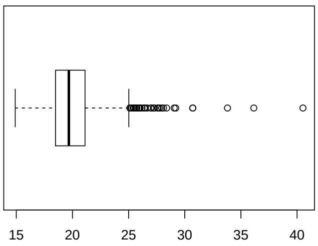
Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

	Aussage	wahr	falsch
1.	Die Flächeninhalte der Rechtecke eines Histogramms addieren sich immer zu 1.	■	□
2.	Ist (a_i, b_j) eine Ausprägung des zweidimensionalen Merkmals (X, Y), dann sind sowohl die relative Randhäufigkeit $r(a_i)$ des Merkmals X für a_i als auch die relative Randhäufigkeit $r(b_j)$ des Merkmals Y für b_j stets positiv.	■	□
3.	Das Porto eines Standardbriefs hat sich in Deutschland Anfang letzten Jahres um 3.33% sowie Anfang diesen Jahres um 12.90% erhöht. Die durchschnittliche Preissteigerung der vergangenen beiden Jahre beträgt also (gerundet) 8.01%.	■	□
4.	Es seien A, B und C drei Ereignisse in einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ mit $P(C) = 0.5$, $P(B\|C) = 0.6$ und $P(A\|B \cap C) = 0.4$. Damit gilt $P(A \cap B \cap C) = 0.12$.	■	□
5.	Die Wahrscheinlichkeit, beim 5-maligen Würfeln mit einem (fairen) Würfel lauter unterschiedliche Punktzahlen zu erhalten, ist genauso groß wie beim 6-maligen Würfeln.	□	■
6.	Für eine Zufallsvariable X gelte $P(X \in \{0, 8, 15\}) = 0$. Damit ist X eine stetige Zufallsvariable.	□	■
7.	Die beiden Zufallsvariablen X und Y seien stochastisch unabhängig. Dann gilt (falls alle beteiligten Momente existieren) stets $\mathrm{E}(X \cdot Y) = \mathrm{E}(X) \cdot \mathrm{E}(Y)$.	■	□
8.	Sind X und Y zwei Zufallsvariablen mit positiven Varianzen, so stimmt der Korrelationskoeffizient von X und Y mit der Kovarianz der standardisierten Zufallsvariablen überein, es gilt also: $\mathrm{Korr}(X, Y) = \mathrm{Cov}\left(\frac{X - \mathrm{E}(X)}{\sqrt{\mathrm{Var}(X)}}, \frac{Y - \mathrm{E}(Y)}{\sqrt{\mathrm{Var}(Y)}}\right)$	■	□

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☐
(b) leptokurtisch und links**steil** ■
(c) platykurtisch und rechts**steil** ☐
(d) platykurtisch und links**steil** ☐

2. Für die ersten fünf Elfmeter eines Elfmeterschießens werden aus einer Mannschaft 5 von 11 Spielern als Schützen ausgewählt sowie die Reihenfolge festgelegt, in der diese 5 Schützen antreten. Die Anzahl der hierfür möglichen Konstellationen beträgt:

(a) 11^5 ☐
(b) 5^{11} ☐
(c) $\binom{11}{5} = \frac{11!}{5! \cdot 6!}$ ☐
(d) $(11)_5 = \frac{11!}{6!}$ ■

3. Beim Zufallsexperiment des einmaligen Würfelns mit einem gewöhnlichen 6-seitigen Würfel

(a) sind $\{2\}$ und $\{5, 6\}$ jeweils Ergebnisse. ☐
(b) sind $\{2\}$ und $\{5, 6\}$ jeweils Ereignisse. ■
(c) ist $\{2\}$ ein Ergebnis und $\{5, 6\}$ ein Ereignis. ☐
(d) ist $\{2\}$ ein Ereignis und $\{5, 6\}$ ein Ergebnis. ☐

4. Sind X und Y zwei stochastisch unabhängige Zufallsvariablen mit $X \sim B(20, 0.25)$ und $Y \sim B(30, 0.25)$, dann ist die Verteilung von $X + Y$ eine

(a) $B(50, 0.25)$-Verteilung. ■
(b) $B(50, 0.5)$-Verteilung. ☐
(c) $B(25, 0.25)$-Verteilung. ☐
(d) $B(25, 0.5)$-Verteilung. ☐

Aufgabe 3 (1 + 4 + 1 + 5 + 2 = 13 Punkte)

Zu einem erhobenen Merkmal X sei die folgende empirische Verteilungsfunktion gegeben:

$$F(x) = \begin{cases} 0.00 & \text{für} \quad x < 2 \\ 0.08 & \text{für} \quad 2 \leq x < 3 \\ 0.22 & \text{für} \quad 3 \leq x < 4 \\ 0.50 & \text{für} \quad 4 \leq x < 5 \\ 0.72 & \text{für} \quad 5 \leq x < 6 \\ 0.96 & \text{für} \quad 6 \leq x < 7 \\ 1.00 & \text{für} \quad x \geq 7 \end{cases}$$

Außerdem sei die Länge der Urliste $n = 50$ bekannt.

(a) Geben Sie die Menge A der Merkmalsausprägungen an.

(b) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten.

(c) Wie groß ist der Anteil der Urlisteneinträge, die Werte von mehr als 5 annehmen?

(d) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X.

(e) Bestimmen Sie ein unteres Quartil und einen Median des Merkmals X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

(b) Häufigkeitstabelle (mit absoluten und relativen Häufigkeiten):

a_j	2	3	4	5	6	7	Σ
$r(a_j)$	0.08	0.14	0.28	0.22	0.24	0.04	1.00
$h(a_j)$	4	7	14	11	12	2	50

(c) Gesuchter Anteil: $0.28 = 28\%$

(d) $\overline{x} = 4.52$, $s^2 = 1.7296$

(e) $x_{0.25} = 4, x_{0.50} = 4.5$

Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 25$ gegeben:

20.28, 28.78, 29.43, 35.63, 37.90, 39.63, 48.54, 51.15, 51.81, 53.52, 56.11, 59.21, 61.27, 62.47, 64.88, 65.02, 73.04, 73.72, 78.42, 79.65, 89.86, 91.70, 93.73, 97.13, 98.89

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (10, 40],\ K_2 = (40, 60],\ K_3 = (60, 80],\ K_4 = (80, 100]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 61.671?

(d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 40 und 90. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *den* Median sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassen-breite b_j	Klassen-mitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeits-dichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungs-funktion $F(k_j)$
1	$(10, 40]$	30	25	6	0.24	0.008	0.24
2	$(40, 60]$	20	50	6	0.24	0.012	0.48
3	$(60, 80]$	20	70	8	0.32	0.016	0.80
4	$(80, 100]$	20	90	5	0.20	0.010	1.00

(b) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 10 \\ 0.008 \cdot (x - 10) & \text{für } 10 < x \leq 40 \\ 0.24 + 0.012 \cdot (x - 40) & \text{für } 40 < x \leq 60 \\ 0.48 + 0.016 \cdot (x - 60) & \text{für } 60 < x \leq 80 \\ 0.8 + 0.01 \cdot (x - 80) & \text{für } 80 < x \leq 100 \\ 1 & \text{für } x > 100 \end{cases}$$

(c) Mittelwert (näherungsweise): 58.4, relative Abweichung vom exakten Wert: -0.05304 bzw. -5.304%

(d) Anzahl (aus Urliste): 15
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 16.5

(e) Median:

- exakt (aus Urliste): 61.27
- approximativ: 61.25

Aufgabe 5 (6 + 2 + 1 = 9 Punkte)

In einer Fußballmannschaft sind die vier Mitspieler Andreas, Bastian, Christian und Daniel für die Ausführung von Eckstößen zuständig. Dabei werden im Mittel 20% der Eckstöße von Andreas, 30% der Eckstöße von Bastian, 30% der Eckstöße von Christian und 20% der Eckstöße von Daniel ausgeführt. Aus einer ausführlichen statistischen Auswertung ist bekannt, dass 7% der Eckstöße von Andreas, 12% der Eckstöße von Bastian, 10% der Eckstöße von Christian und 10% der Eckstöße von Daniel zu einem Tor führen.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Eckstoß zu einem Tor führt?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Eckstoß, der nicht zu einem Tor geführt hat, von Christian ausgeführt wurde?

(c) Sind die Ereignisse „Eckstoß führt zu einem Tor“ und „Eckstoß wird von Christian ausgeführt“ stochastisch unabhängig?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 0.1

(b) 0.3

(c) Ja.

Aufgabe 6 (5 + 2 + 6 + 1 + 4 = 18 Punkte)

Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 & \text{für } -2 \leq x < -1 \\ -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3} & \text{für } -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F_X von X.

(b) Berechnen Sie $P(\{X < 0\})$ und $P(\{-1 < X \leq 1\})$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$.

(d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?

(e) Bestimmen Sie das obere Quartil von X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Verteilungsfunktion von X:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -2 \\ \frac{1}{4}x^2 + x + 1 & \text{für } -2 < x \leq -1 \\ -\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} & \text{für } -1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

(b) $P(\{X < 0\}) = \frac{2}{3}, P(\{-1 < X \leq 1\}) = \frac{2}{3}$

(c) $\mathrm{E}(X) = -\frac{1}{3}$

(d) Nein.

(e) $x_{0.75} = 0.2679$

Aufgabe 7 (2 + 3 = 5 Punkte)

Als Hausaufgabe im Fach Geschichte waren die Geburtsdaten von 25 bekannten Entdeckern auswendig zu lernen. Die Schülerin Ella Emsig hat 20 dieser Geburtsdaten auswendig gelernt (die Chance, bei den anderen 5 Geburtsdaten durch Raten eine richtige Antwort zu geben, sei gleich Null). Der Lehrer überprüft, ob Ella die Hausaufgabe ordentlich erledigt hat, indem er 4 Mal rein zufällig und unabhängig voneinander einen der Entdecker auswählt und die zugehörigen Geburtsdaten abfragt. Kann Ella mindestens zu 3 dieser 4 Entdecker die Geburtsdaten korrekt angeben, so ist die Überprüfung bestanden.

(a) Welche Verteilung besitzt die Anzahl der von Ella abgegebenen richtigen Antworten?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht Ella die Überprüfung?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $B(4, 0.8)$

(b) 0.8192

Aufgabe 8 (2 + 3 + 9 + 1 + 3 = 18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y):

$X \setminus Y$	3	4	6	$p_{i\cdot}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	
3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	0	
$p_{\cdot j}$				

(a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.

(b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Y unter der Bedingung $X = x_i$ für alle $x_i \in T(X)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(e) Berechnen Sie $\mathrm{E}(-3X + 6Y)$ sowie $\mathrm{Var}(-3X + 6Y)$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Ergänzte Tabelle:

$X \setminus Y$	3	4	6	$p_{i\cdot}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{3}$
$p_{\cdot j}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

(b) Tabelle der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionswerte von $Y|X = x_i$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

y_j	3	4	6
$p_{Y\|X=1}(y_j)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$p_{Y\|X=2}(y_j)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$p_{Y\|X=3}(y_j)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	0

(c) Es gilt: $\mathrm{E}(X) = 2$, $\mathrm{E}(Y) = 4$, $\mathrm{Var}(X) = \frac{2}{3}$, $\mathrm{Var}(Y) = 1$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = -\frac{1}{3}$, $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.4082$

(d) X und Y sind **nicht** stochastisch unabhängig.

(e) $\mathrm{E}\left(-3 \cdot X + 6 \cdot Y\right) = 18$, $\mathrm{Var}\left(-3 \cdot X + 6 \cdot Y\right) = 54$

Aufgabe 9 (2 + 4 + 4 = 10 Punkte)

Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_{32}$ seien unabhängig identisch Pois(8)-verteilt. Die Summe der Zufallsvariablen X_i sei mit

$$Y := \sum_{i=1}^{32} X_i = X_1 + \ldots + X_{32}$$

bezeichnet.

(a) Geben Sie die (exakte) Verteilung von Y sowie deren Erwartungswert $\mathrm{E}(Y)$ und Varianz $\mathrm{Var}(Y)$ an.

(b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Y Werte zwischen 240 und 260 annimmt.

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise einen um den Erwartungswert von Y symmetrischen Bereich zu bestimmen, in dem sich Y mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.95 realisiert.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 12!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $Y \sim \mathrm{Pois}(256)$, $\mathrm{E}(Y) = 256$, $\mathrm{Var}(Y) = 256$.

(b) $P\{240 \leq Y \leq 260\} \approx 0.44$

(c) $[224.64, 287.36]$

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998