Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungssekretariat

BACHELOR-PRÜFUNG
DESKRIPTIVE STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG
SOMMERSEMESTER 2015

Aufgabenstellung und Ergebnisse

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 15 + 19 + 7 + 18 + 5 + 18 + 10) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

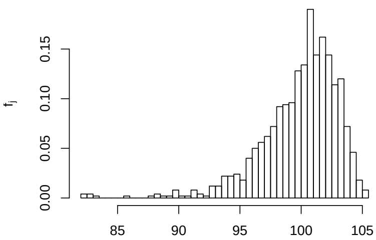
Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

		wahr	falsch
1.	Ordinalskalierte Merkmale sind stets numerisch.	☐	■
2.	Ist x_p ein p-Quantil eines kardinalskalierten Merkmals X (mit $0 < p < 1$), dann ist höchstens ein Anteil von $1-p$ der Urlisteneinträge zum Merkmal X größer als x_p.	■	☐
3.	Sind in einer Klausur mehr männliche als weibliche Prüfungsteilnehmer durchgefallen und haben mehr männliche als weibliche Prüflinge an der Klausur teilgenommen, so kann man daraus stets schließen, dass die Durchfallquote unter den männlichen Prüfungsteilnehmern größer ist als die unter den weiblichen Prüfungsteilnehmern.	☐	■
4.	In einem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum kann jeder beliebigen Teilmenge der Ergebnismenge eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden.	■	☐
5.	Die Wahrscheinlichkeit, beim 5-maligen Würfeln mit einem (fairen) Würfel lauter unterschiedliche Punktzahlen zu erhalten, ist kleiner als 10%.	■	☐
6.	Wenn Sie alle 8 Aufgabenteile dieser Aufgabe jeweils entweder mit *wahr* oder mit *falsch* beantworten, dann haben Sie zur Bearbeitung der Aufgabe insgesamt 8^2 Möglichkeiten.	☐	■
7.	Ist (X, Y) zweidimensional normalverteilt, dann gilt stets: $$\lvert \operatorname{Korr}(X,Y) \rvert \leq 0.5$$	☐	■
8.	Die Varianz der Summe von zwei Zufallsvariablen ist stets mindestens so groß wie die Summe der beiden einzelnen Varianzen.	☐	■

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften das folgende Histogramm *am ehesten* hindeutet:



(a) leptokurtisch und rechts**steil** ☒
(b) leptokurtisch und links**steil** ☐
(c) platykurtisch und rechts**steil** ☐
(d) platykurtisch und links**steil** ☐

2. Die Ränge $\text{rg}(X)_1, \ldots, \text{rg}(X)_8$ zur (der Einfachheit halber sortierten) Urliste

$$3, \quad 5, \quad 7, \quad 7, \quad 9, \quad 9, \quad 9, \quad 12$$

des ordinalskalierten Merkmals X lauten:

(a) 3, 5, 7.5, 7.5, 9.5, 9.5, 9.5, 12 ☐
(b) 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5 ☐
(c) 1, 2, 3.5, 3.5, 6, 6, 6, 8 ☒
(d) 1, 2, 3.5, 3.5, 5.5, 5.5, 5.5, 7 ☐

3. Wenn Sie in dieser Klausuraufgabe (4 MC-Aufgabenteile mit jeweils genau einer korrekten Antwort aus 4 Antwortmöglichkeiten) alle Aufgabenteile durch *rein zufälliges* Ankreuzen jeweils einer Antwortmöglichkeit (jede Antwortmöglichkeit erhalte also jeweils eine Chance von 25%) bearbeiten, ist der Erwartungswert Ihrer Punktzahl beim aktuellen Bewertungsschema (jeweils 3 Punkte für die einzig richtige Antwort, 0 Punkte für eine falsche Antwort) gleich:

(a) 1 ☐
(b) 2 ☐
(c) 3 ☒
(d) 4 ☐

4. Sind X und Y zwei stochastisch unabhängige Poisson-verteilte Zufallsvariablen mit $E(X) = E(Y) = 8$, dann ist die Verteilung von $X + Y$

(a) im Allgemeinen keine Poisson-Verteilung. ☐
(b) eine Poisson-Verteilung mit Erwartungswert 4. ☐
(c) eine Poisson-Verteilung mit Erwartungswert 8. ☐
(d) eine Poisson-Verteilung mit Erwartungswert 16. ☒

Aufgabe 3 (3 + 3 + 1 + 5 + 3 = 15 Punkte)

Bei einer Umfrage wurden 40 Haushalte befragt, wie viele Tablets sie verwenden (Merkmal X). Das Ergebnis der Umfrage ist die folgende (bereits aufsteigend sortierte) Urliste zu X:

0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4

(a) Erstellen Sie eine Tabelle mit den absoluten und relativen Häufigkeiten.

(b) Stellen Sie die zugehörige empirische Verteilungsfunktion auf.

(c) Wie groß ist der Anteil der Haushalte in der Umfrage, die höchstens 1 Tablet verwenden?

(d) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X.

(e) Bestimmen Sie ein unteres Quartil, ein oberes Quartil und den zugehörigen Interquartilsabstand des Merkmals X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Häufigkeitstabelle:

a_j	0	1	2	3	4	Σ
$h(a_j)$	12	13	10	2	3	40
$r(a_j)$	0.300	0.325	0.250	0.050	0.075	1.000

(b) Empirische Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0.000 & \text{für} \quad x < 0 \\ 0.300 & \text{für} \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.625 & \text{für} \quad 1 \leq x < 2 \\ 0.875 & \text{für} \quad 2 \leq x < 3 \\ 0.925 & \text{für} \quad 3 \leq x < 4 \\ 1.000 & \text{für} \quad x \geq 4 \end{cases}$$

(c) Anteil der Haushalte, die höchstens 1 Tablet verwenden: $0.625 = 62.5\%$

(d) $\overline{x} = 1.275$, $s^2 = 1.349375$

(e) $x_{0.25} = 0, x_{0.75} = 2, \text{IQA: } 2$

Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 40$ gegeben:

11.09, 12.57, 12.80, 13.90, 15.43, 17.14, 17.76, 18.68, 21.96, 22.19, 23.80, 25.42, 27.27, 28.30, 32.26, 32.83, 39.57, 39.70, 41.72, 42.72, 44.46, 46.47, 47.07, 47.08, 47.51, 49.24, 50.24, 50.69, 51.24, 53.44, 54.36, 54.86, 60.92, 62.38, 64.29, 64.75, 67.48, 69.50, 70.05, 77.20

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (10, 20],\ K_2 = (20, 30],\ K_3 = (30, 60],\ K_4 = (60, 90]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 40.759?

(d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 25 und 50. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *den* Median sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassen-breite b_j	Klassen-mitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeits-dichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungs-funktion $F(k_j)$
1	$(10, 20]$	10	15	8	0.20	0.02	0.20
2	$(20, 30]$	10	25	6	0.15	0.015	0.35
3	$(30, 60]$	30	45	18	0.45	0.015	0.80
4	$(60, 90]$	30	75	8	0.20	$0.00\overline{6}$	1.00

(b) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x \leq 10 \\ 0.02 \cdot (x - 10) & \text{für} \quad 10 < x \leq 20 \\ 0.2 + 0.015 \cdot (x - 20) & \text{für} \quad 20 < x \leq 30 \\ 0.35 + 0.015 \cdot (x - 30) & \text{für} \quad 30 < x \leq 60 \\ 0.8 + 0.00\overline{6} \cdot (x - 60) & \text{für} \quad 60 < x \leq 90 \\ 1 & \text{für} \quad x > 90 \end{cases}$$

(c) Mittelwert (näherungsweise): 42, relative Abweichung vom exakten Wert: 0.03045 bzw. 3.045%

(d) Anzahl (aus Urliste): 15
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 15

(e) Median:

- exakt (aus Urliste): 43.59
- approximativ: 40

Aufgabe 5 (5 + 2 = 7 Punkte)

Bei einem Chip-Hersteller verteilt sich die Produktion eines bestimmten Mikrocontrollers auf insgesamt drei verschiedene Produktionslinien A, B und C. Dabei werden im Mittel 20% der Chips auf Linie A, 30% der Chips auf Linie B und 50% der Chips auf Linie C hergestellt. Aus den Ergebnissen der Qualitätssicherung ist bekannt, dass 3% der Chips aus Linie A, 2% der Chips aus Linie B und 1% der Chips aus Linie C fehlerhaft sind.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Chip nicht fehlerhaft ist?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhafter Chip auf der Linie C produziert wurde?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 0.983

(b) 0.2941

Aufgabe 6 (5 + 2 + 6 + 1 + 4 = 18 Punkte)

Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} & \text{für } -3 \leq x < -1 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} & \text{für } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F_X von X.

(b) Berechnen Sie $P\left(\left\{X < -\frac{3}{2}\right\}\right)$ und $P\left(\left\{X > \frac{1}{2}\right\}\right)$.

(c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(X)$.

(d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?

(e) Bestimmen Sie das obere Quartil von X.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Verteilungsfunktion von X:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -3 \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{8} & \text{für } -3 < x \leq -1 \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{5}{8} & \text{für } -1 < x \leq 1 \\ 1 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

(b) $P\left(\left\{X < -\frac{3}{2}\right\}\right) = \frac{9}{32}, P\left(\left\{X > \frac{1}{2}\right\}\right) = \frac{7}{32}$

(c) $\mathrm{E}(X) = -\frac{2}{3}$

(d) Nein.

(e) $x_{0.75} = 0.4142$

Aufgabe 7 (2 + 1 + 2 = 5 Punkte)

Die Wartezeit zwischen zwei Übertragungsfehlern in einem Datennetzwerk lasse sich als eine exponentialverteilte Zufallsvariable auffassen. Im Mittel vergehen zwischen zwei Übertragungsfehlern 20 Sekunden.

(a) Welche Standardabweichung hat die Wartezeit zwischen zwei Übertragungsfehlern?

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Wartezeit zwischen zwei Übertragungsfehlern mehr als 15 und weniger als 30 Sekunden?

(c) Berechnen Sie das 0.95-Quantil der Wartezeit zwischen zwei Übertragungsfehlern.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) 20 Sekunden

(b) 0.2492

(c) 59.9146 Sekunden

Aufgabe 8 (2 + 3 + 9 + 1 + 3 = 18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y):

$X \setminus Y$	2	3	4	$p_{i\cdot}$
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	
$p_{\cdot j}$				

(a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.

(b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Y unter der Bedingung $X = x_i$ für alle $x_i \in T(X)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.

(c) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(d) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(e) Berechnen Sie $\mathrm{E}(-3X + 4Y)$ sowie $\mathrm{Var}(-3X + 4Y)$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Ergänzte Tabelle:

$X \setminus Y$	2	3	4	$p_{i\cdot}$
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$p_{\cdot j}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	1

(b) Tabelle der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionswerte von $Y|X = x_i$, $i \in \{1, 2, 3\}$:

y_j	2	3	4
$p_{Y\|X=0}(y_j)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$p_{Y\|X=1}(y_j)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$p_{Y\|X=2}(y_j)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

(c) Es gilt: $\mathrm{E}(X) = \frac{3}{4}$, $\mathrm{E}(Y) = \frac{23}{8}$, $\mathrm{Var}(X) = \frac{11}{16}$, $\mathrm{Var}(Y) = \frac{39}{64}$, $\mathrm{Cov}(X, Y) = -\frac{3}{32}$, $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.1448$

(d) X und Y sind **nicht** stochastisch unabhängig.

(e) $\mathrm{E}\left(-3 \cdot X + 4 \cdot Y\right) = \frac{37}{4}$, $\mathrm{Var}\left(-3 \cdot X + 4 \cdot Y\right) = \frac{291}{16}$

Aufgabe 9 (2 + 4 + 4 = 10 Punkte)

Die Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_{432}$ seien unabhängig identisch $B(1, 0.25)$-verteilt. Die Summe der Zufallsvariablen X_i sei mit

$$Y := \sum_{i=1}^{432} X_i = X_1 + \ldots + X_{432}$$

bezeichnet.

(a) Geben Sie die (exakte) Verteilung von Y sowie deren Erwartungswert $\mathrm{E}(Y)$ und Varianz $\mathrm{Var}(Y)$ an.

(b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Y Werte zwischen 100 und 120 annimmt.

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.9-Quantil von Y zu bestimmen.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 12!

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $Y \sim B(432, 0.25)$, $\mathrm{E}(Y) = 108$, $\mathrm{Var}(Y) = 81$.

(b) $P\{100 \leq Y \leq 120\} \approx 0.7215$

(c) $y_{0.9} \approx 119.52$

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998