Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungsamt

BACHELOR-STUDIENGANG
DESKRIPTIVE STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG
SOMMERSEMESTER 2010

Aufgabenstellung und Ergebnisse

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
- Die Klausur besteht aus insgesamt 10 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 20 + 6 + 8 + 6 + 8 + 22 + 12 + 10) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (ohne Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben

Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

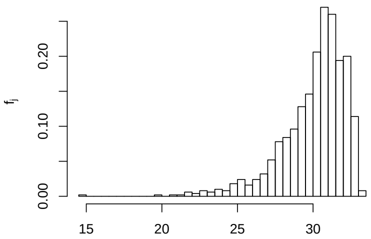
Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben +2 Punkte, falsche Antworten −1 Punkt, nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte.
Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

	wahr	falsch
1. Jeder Modus eines Merkmals X kommt mindestens einmal in der Urliste zu X vor.	■	☐
2. Bei deskriptiven Untersuchungen wird man (perfekte) Unabhängigkeit von zwei Merkmalen nur selten feststellen, da Unabhängigkeit von Merkmalen eher ein idealtypisches Merkmal ist und je nach Stichprobenumfang bei Merkmalen mit mehreren Ausprägungen gar nicht erreicht werden kann.	■	☐
3. Ist der korrigierte Pearsonsche Kontingenzkoeffizient von zwei Merkmalen X und Y positiv, dann gehen große Werte von X tendenziell auch mit großen Werten von Y einher.	☐	■
4. In einer Schulklasse waren am Ende des Schuljahres 70% aller Sitzengebliebenen evangelisch, 30% katholisch. Hieraus kann man schließen, dass der Anteil der Sitzengebliebenen unter den evangelischen Schülern größer ist als der Anteil unter den katholischen Schülern.	☐	■
5. Verteilungsfunktionen F_X diskreter Zufallsvariablen X sind stets Treppenfunktionen, deren Sprungstellen durch die Trägerpunkte $x_i \in T(X)$ gegeben sind.	■	☐
6. Die Zufallsvariablen X und Y seien unkorreliert. Dann sind X und Y auch stochastisch unabhängig.	☐	■
7. Sind X und Y stochastisch unabhängige Zufallsvariablen, so gilt $\mathrm{Var}(X-Y) = \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$.	☐	■
8. Ist $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_{10})$ ein 10-dimensionaler Zufallsvektor, so gilt $\mathrm{E}(X_1+\ldots+X_{10}) = \mathrm{E}(X_1)+\ldots+\mathrm{E}(X_{10})$, auch wenn $X_1, \ldots, X_{10}$ nicht stochastisch unabhängig sind.	■	☐

Aufgabe 2 (12 Punkte)

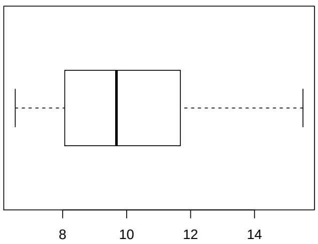
Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau 1 Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben +3 Punkte, falsche Antworten −1 Punkt, nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte.
Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften das folgende Histogramm *am ehesten* hindeutet:



   (a) leptokurtisch und linksschief ☒
   (b) leptokurtisch und rechtsschief ☐
   (c) platykurtisch und linksschief ☐
   (d) platykurtisch und rechtsschief ☐

2. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



   (a) leptokurtisch und linksschief ☐
   (b) leptokurtisch und rechtsschief ☐
   (c) platykurtisch und linksschief ☐
   (d) platykurtisch und rechtsschief ☒

3. Das Merkmal X des zweidimensionalen Merkmals (X, Y) sei ordinalskaliert, das Merkmal Y nominalskaliert. Damit ist die Berechnung folgender Abhängigkeitsmaße zwischen X und Y immer möglich:

   (a) Nur Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient ☐
   (b) Nur korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient ☒
   (c) Pearsonscher Korrelationskoeffizient und korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient ☐
   (d) Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient und korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient ☐

4. Der zweidimensionale diskrete Zufallsvektor (X, Y) besitze 5 Trägerpunkte, die alle auf einer Geraden mit Steigung 0.5 liegen. Dann gilt:

   (a) $\text{Korr}(X, Y) = 0$ ☐
   (b) $\text{Korr}(X, Y) = 0.1$ ☐
   (c) $\text{Korr}(X, Y) = 0.5$ ☐
   (d) $\text{Korr}(X, Y) = 1$ ☒

Aufgabe 3 (5 + 3 + 3 + 3 + 6 = 20 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 30$ gegeben:

0.55, 2.84, 3.06, 5.98, 6.10, 7.06, 8.42, 8.49, 9.53, 10.04, 10.83, 12.64, 12.92, 13.80, 14.21, 14.48, 15.14, 15.16, 15.93, 16.63, 16.66, 16.68, 17.15, 18.18, 19.80, 20.56, 22.14, 22.52, 22.86, 23.45

(a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (0, 5],\ K_2 = (5, 10],\ K_3 = (10, 15],\ K_4 = (15, 20],\ K_5 = (20, 25]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

(b) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 13.46?

(c) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.

(d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 12 und 18. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (c) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

(e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *das* untere Quartil und *den* Median sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.

Ergebnisse:

(a) Klassierung:

Nr. j	Klasse $K_j = (k_{j-1}, k_j]$	Klassenbreite b_j	Klassenmitte m_j	absolute Häufigkeit h_j	relative Häufigkeit $r_j = \frac{h_j}{n}$	Häufigkeitsdichte $f_j = \frac{r_j}{b_j}$	Verteilungsfunktion $F(k_j)$
1	$(0, 5]$	5	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{3}{30}$	0.02	$\frac{3}{30}$
2	$(5, 10]$	5	$\frac{15}{2}$	6	$\frac{6}{30}$	0.04	$\frac{9}{30}$
3	$(10, 15]$	5	$\frac{25}{2}$	7	$\frac{7}{30}$	$0.04\overline{6}$	$\frac{16}{30}$
4	$(15, 20]$	5	$\frac{35}{2}$	9	$\frac{9}{30}$	0.06	$\frac{25}{30}$
5	$(20, 25]$	5	$\frac{45}{2}$	5	$\frac{5}{30}$	$0.0\overline{3}$	1

(b) Mittelwert (näherungsweise): 13.667
relative Abweichung vom exakten Wert: 0.0154 bzw. 1.54%

(c) (Approximative) Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < 0 \\ 0.02 \cdot x & \text{für} \quad 0 \leq x < 5 \\ \frac{1}{10} + 0.04 \cdot (x - 5) & \text{für} \quad 5 \leq x < 10 \\ \frac{3}{10} + 0.04\overline{6} \cdot (x - 10) & \text{für} \quad 10 \leq x < 15 \\ \frac{8}{15} + 0.06 \cdot (x - 15) & \text{für} \quad 15 \leq x < 20 \\ \frac{5}{6} + 0.0\overline{3} \cdot (x - 20) & \text{für} \quad 20 \leq x < 25 \\ 1 & \text{für} \quad x \geq 25 \end{cases}$$

(d) Anzahl (aus Urliste): 12
Mit emp. Verteilungsfunktion genäherte Anzahl: 9.6

(e) unteres Quartil (0.25-Quantil):

- exakt (aus Urliste): 8.49
- approximativ: 8.75

Median (0.5-Quantil):

- exakt (aus Urliste): 14.345
- approximativ: 14.2857

Aufgabe 4 (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)

Eine Statistik-Klausur bestehe aus insgesamt 10 Aufgaben mit den (absteigend sortierten) Punktzahlen

$$22, 20, 16, 12, 12, 10, 8, 8, 6, 6\ .$$

Die Bearbeitung der einzelnen Aufgaben sei in beliebiger Reihenfolge zulässig.

(a) Wie viele unterschiedliche Anordnungen (unterschiedliche Bearbeitungsreihenfolgen) gibt es, wenn alle Aufgaben bearbeitet werden?

(b) Wie viele unterschiedliche Anordnungen (unterschiedliche Auswahlen der Aufgaben sowie unterschiedliche Bearbeitungsreihenfolgen!) gibt es, wenn nur 5 Aufgaben bearbeitet werden?

(c) Eine Studentin verfolgt die Strategie, die Aufgaben in absteigender Reihenfolge der erreichbaren Punktzahlen zu bearbeiten. Haben mehrere Aufgaben eine übereinstimmende Punktzahl, wählt Sie irgendeine Anordnung dieser Aufgaben. Wie viele unterschiedliche Bearbeitungsreihenfolgen zur Bearbeitung **aller** Aufgaben bleiben bei dieser Strategie möglich?

Ergebnisse:

(a) $10! = 3628800$ Möglichkeiten.

(b) $(10)_5 = 30240$ Möglichkeiten.

(c) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Möglichkeiten.

Aufgabe 5 (3 + 2 + 3 = 8 Punkte)

Ein (fairer) Würfel ist auf einer Seite rot, auf zwei Seiten blau sowie auf den restlichen drei Seiten grün lackiert.

(a) Beschreiben Sie das einmalige Werfen eines solchen Würfels als diskreten Wahrscheinlichkeitsraum, indem Sie eine geeignete Ergebnismenge Ω und die zugehörige Wahrscheinlichkeitsfunktion $p : \Omega \to [0, 1]$ angeben.

(b) Berechnen Sie mit Hilfe von Teil (a) die Wahrscheinlichkeit, dass „rot“ oder „grün“ gewürfelt wird.

(c) Es wird (unabhängig voneinander) so oft gewürfelt, bis zum ersten Mal „rot“ oder „grün“ fällt. Wie ist die Anzahl der Würfe mit Ergebnis „blau“ vor dem ersten Auftreten von „rot“ oder „grün“ verteilt? Wie oft wird man im Mittel vor dem ersten Auftreten von „rot“ oder „grün“ eine blaue Seite oben sehen?

Ergebnisse:

(a) $\Omega = \{\text{rot}, \text{blau}, \text{grün}\}$

$$p : \Omega \to [0, 1]; p(\omega) = \begin{cases} 1/6 & \text{falls } \omega = \text{rot} \\ 1/3 & \text{falls } \omega = \text{blau} \\ 1/2 & \text{falls } \omega = \text{grün} \end{cases}$$

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$

Aufgabe 6 (3 + 3 = 6 Punkte)

Die Trompeter Andreas, Berti und Christoph lassen in ihrem Musikverein den Zufall bestimmen, wer die solistischen Stellen zu spielen hat. Dazu würfeln sie vor dem Stück einmal mit einem fairen Würfel. Andreas spielt das Solo, wenn eine 1 fällt, Berti bei einer 2 oder 3, Christoph schließlich bei 4, 5 oder 6.
Andreas spielt Solostellen mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% perfekt (mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% ist mindestens ein schräger Ton dabei), Berti spielt Soli mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% perfekt, Christoph mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Trompetensolo perfekt zu Gehör gebracht?

(b) Bei einem Solo war deutlich ein falscher Ton zu hören. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Berti das Solo gespielt?

Ergebnisse:

(a) $0.908\overline{3}$

(b) $0.\overline{36}$

Aufgabe 7 (2 + 3 + 3 = 8 Punkte)

In einer MC-Aufgabe mit 8 Wahr-Falsch-Aussagen werden für korrekte Antworten +2 Punkte und für falsche Antworten −1 Punkt vergeben. Nehmen Sie an, dass ein unvorbereiteter Prüfling bei jeder der 8 Aussagen rein zufällig „wahr" oder „falsch" ankreuzt.

(a) Sei X die Zufallsvariable, die die **Anzahl der korrekten Antworten** des Prüflings beschreibt. Wie ist X verteilt? Wie groß ist der Erwartungswert von X?

(b) Die Anzahl der falschen Antworten ist offensichtlich gleich $8 - X$. Bestimmen Sie die bei der MC-Aufgabe **erreichte Punktzahl** Y in Abhängigkeit von X. Wie groß ist der Erwartungswert von Y?

(c) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit, eine negative **Punktzahl** zu erhalten, formelmäßig in Abhängigkeit von F_X an.

Ergebnisse:

(a) $X \sim B(8, 0.5)$, $\mathrm{E}(X) = 4$.

(b) $Y = 3X - 8$, $\mathrm{E}(Y) = 4$.

(c) $P\{Y < 0\} = F_X\left(\frac{8}{3}\right)$.

Aufgabe 8 (3 + 6 + 3 + 5 + 5 = 22 Punkte)

Die stetige Zufallsvariable X sei gegeben durch die Verteilungsfunktion

$$F_X : \mathbb{R} \to [0,1]; F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -1 \\ \frac{1}{8}(x+1)^2 & \text{für } -1 \leq x < 1 \\ 1 - \frac{1}{8}(x-3)^2 & \text{für } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{für } x > 3 \end{cases} .$$

(a) Geben Sie eine Dichtefunktion f_X von X an.

(b) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$.

(c) Berechnen Sie $P\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$, $P\{X \geq 2\}$ sowie $P\{1 \leq X \leq 2\}$.

(d) Geben Sie einen Median sowie ein oberes Quartil von X an.

(e) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $Y := 2X + 1$.

Ergebnisse:

(a) Dichtefunktion:

$$f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x+1) & \text{für } -1 \leq x < 1 \\ -\frac{1}{4}(x-3) = \frac{1}{4}(3-x) & \text{für } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

(b) $\mathrm{E}(X) = 1$, $\mathrm{Var}(X) = \frac{2}{3}$.

(c) $P\{X \leq \frac{1}{2}\} = \frac{9}{32}$, $P\{X \geq 2\} = \frac{1}{8}$, $P\{1 \leq X \leq 2\} = \frac{3}{8}$.

(d) Median $x_{0.5} = 1$, oberes Quartil $x_{0.75} = 1.585786$.

(e) Verteilungsfunktion

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{für } y < -1 \\ \frac{1}{32}(y+1)^2 & \text{für } -1 \leq y < 3 \\ 1 - \frac{1}{32}(y-7)^2 & \text{für } 3 \leq y \leq 7 \\ 1 & \text{für } y > 7 \end{cases}$$

Aufgabe 9 (2 + 6 + 1 + 3 = 12 Punkte)

Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y):

$X \setminus Y$	1	2	3	$p_{i\cdot}$
0	0.1	0.2	0.2	0.5
1	0.2	0.1	0.2	0.5
$p_{\cdot j}$	0.3	0.3	0.4	1

(a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.

(b) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, $\mathrm{Cov}(X, Y)$ sowie $\mathrm{Korr}(X, Y)$.

(c) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

(d) Berechnen Sie $\mathrm{E}(2X + 3Y)$ sowie $\mathrm{Var}(2X + 3Y)$.

Ergebnisse:

(a) siehe Tabelle.

(b) Es gilt:

- $\mathrm{E}(X) = 0.5$
- $\mathrm{E}(Y) = 2.1$
- $\mathrm{Var}(X) = 0.25$
- $\mathrm{Var}(Y) = 0.69$
- $\mathrm{Cov}(X, Y) = -0.05$
- $\mathrm{Korr}(X, Y) = -0.12039$

(c) $\mathrm{Korr}(X, Y) \neq 0 \quad \Rightarrow \quad X, Y$ nicht stochastisch unabhängig.

(d) $\mathrm{E}(2 \cdot X + 3 \cdot Y) = 7.3$

$\mathrm{Var}(2 \cdot X + 3 \cdot Y) = 6.61$

Aufgabe 10 (2 + 4 + 4 = 10 Punkte)

Die Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_{36}$ seien unabhängig identisch Pois(4)-verteilt. Die Summe der Zufallsvariablen X_i sei mit

$$Z := \sum_{i=1}^{36} X_i = X_1 + \ldots + X_{36}$$

bezeichnet.

(a) Geben Sie die (exakte) Verteilung von Z sowie deren Erwartungswert $\mathrm{E}(Z)$ und Varianz $\mathrm{Var}(Z)$ an.

(b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Z Werte zwischen 130 und 150 annimmt.

(c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, welcher Wert von Z mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0.125 = 12.5\%$ nicht unterschritten wird.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 12!

Ergebnisse:

(a) $Z \sim \mathrm{Pois}(144)$, $\mathrm{E}(Z) = 144$, $\mathrm{Var}(Z) = 144$.

(b) $P\{130 \leq Z \leq 150\} = 0.5705$

(c) $P\{Z \leq 157.8\} = 0.875$

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998