

**Einige Ergebnisse zum 1. Übungsblatt zur Vorlesung
Schließende Statistik WS 2025/26**

Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.

Aufgabe 1

(a) Verteilung von Y :

y_i	400	450	500	Σ
$p_Y(y_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

(b) $E(Y) = 450$, $\text{Var}(Y) = 2000$

(c) Es gibt 20 verschiedene Stichproben vom Umfang $n = 2$ ohne Zurücklegen und 25 verschiedene Stichproben mit Zurücklegen (jeweils unter Berücksichtigung der Reihenfolge).

(d) Realisationen (x_1, x_2) zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

	A	B	C	D	E
A	unmöglich	(400,450)	(400,500)	(400,400)	(400,500)
B	(450,400)	unmöglich	(450,500)	(450,400)	(450,500)
C	(500,400)	(500,450)	unmöglich	(500,400)	(500,500)
D	(400,400)	(400,450)	(400,500)	unmöglich	(400,500)
E	(500,400)	(500,450)	(500,500)	(500,400)	unmöglich

Resultierende gemeinsame Verteilung von (X_1, X_2) :

$x_1 \backslash x_2$	400	450	500	Σ
400	0.1	0.1	0.2	0.4
450	0.1	0	0.1	0.2
500	0.2	0.1	0.1	0.4
Σ	0.4	0.2	0.4	1

Zugehörige Verteilung von \bar{X} :

\bar{x}_i	400	425	450	475	500	Σ
$p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

(e) Realisationen (x_1, x_2) zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

	A	B	C	D	E
A	(400,400)	(400,450)	(400,500)	(400,400)	(400,500)
B	(450,400)	(450,450)	(450,500)	(450,400)	(450,500)
C	(500,400)	(500,450)	(500,500)	(500,400)	(500,500)
D	(400,400)	(400,450)	(400,500)	(400,400)	(400,500)
E	(500,400)	(500,450)	(500,500)	(500,400)	(500,500)

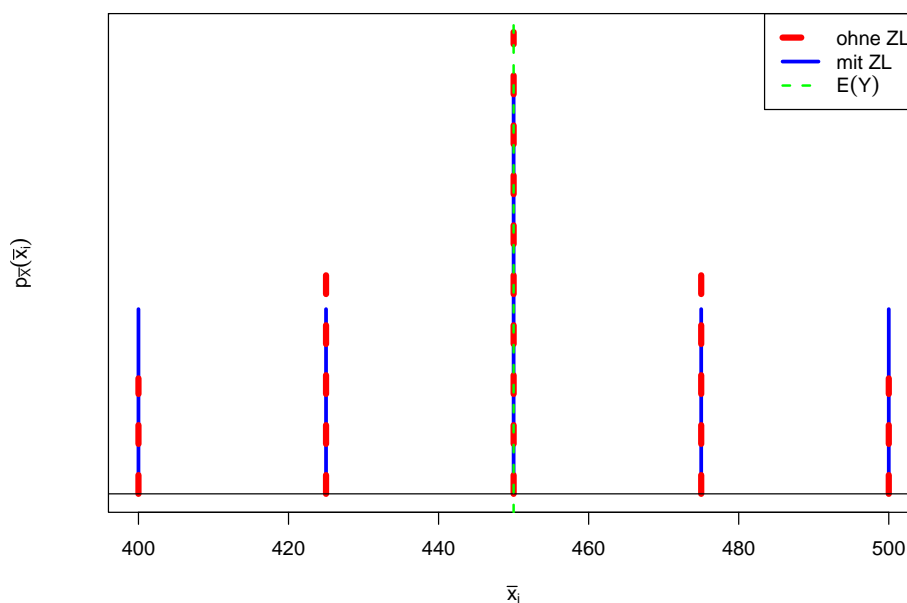
Resultierende gemeinsame Verteilung von (X_1, X_2) :

$x_1 \backslash x_2$	400	450	500	Σ
400	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{5}$
450	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{5}$
500	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{5}$
Σ	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

Zugehörige Verteilung von \bar{X} :

\bar{x}_i	400	425	450	475	500	Σ
$p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{25}$	1

(f) Vergleich der Verteilungen von \bar{X} in beiden Varianten:



- Bei Ziehung ohne Zurücklegen gilt: $E(\bar{X}) = 450$, $\text{Var}(\bar{X}) = 750$, $\text{Sd}(\bar{X}) = 27.386$.
- Bei Ziehung mit Zurücklegen gilt: $E(\bar{X}) = 450$, $\text{Var}(\bar{X}) = 1000$, $\text{Sd}(\bar{X}) = 31.623$.

(g) Ziehen **mit** Zurücklegen führt zu einer einfachen (Zufalls-)Stichprobe, da nur in diesem Fall die Stichprobenzufallsvariablen X_1, X_2 nicht nur identisch verteilt sind wie Y , sondern auch stochastisch unabhängig.