

**Einige Ergebnisse zum 1. Übungsblatt zur Vorlesung
 Schließende Statistik WS 2025/26**

Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.

Aufgabe 1

(a) Verteilung von Y :

| y_i | 400 | 450 | 500 | Σ |
|------------|---------------|---------------|---------------|----------|
| $p_Y(y_i)$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | 1 |

(b) $E(Y) = 450$, $\text{Var}(Y) = 2000$

(c) Es gibt 20 verschiedene Stichproben vom Umfang $n = 2$ ohne Zurücklegen und 25 verschiedene Stichproben mit Zurücklegen (jeweils unter Berücksichtigung der Reihenfolge).

(d) Realisationen (x_1, x_2) zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

| | A | B | C | D | E |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A | unmöglich | (400,450) | (400,500) | (400,400) | (400,500) |
| B | (450,400) | unmöglich | (450,500) | (450,400) | (450,500) |
| C | (500,400) | (500,450) | unmöglich | (500,400) | (500,500) |
| D | (400,400) | (400,450) | (400,500) | unmöglich | (400,500) |
| E | (500,400) | (500,450) | (500,500) | (500,400) | unmöglich |

Resultierende gemeinsame Verteilung von (X_1, X_2) :

| $x_1 \setminus x_2$ | 400 | 450 | 500 | Σ |
|---------------------|-----|-----|-----|----------|
| 400 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.4 |
| 450 | 0.1 | 0 | 0.1 | 0.2 |
| 500 | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.4 |
| Σ | 0.4 | 0.2 | 0.4 | 1 |

Zugehörige Verteilung von \bar{X} :

| \bar{x}_i | 400 | 425 | 450 | 475 | 500 | Σ |
|--------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------|
| $p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

(e) Realisationen (x_1, x_2) zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

| | A | B | C | D | E |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A | (400,400) | (400,450) | (400,500) | (400,400) | (400,500) |
| B | (450,400) | (450,450) | (450,500) | (450,400) | (450,500) |
| C | (500,400) | (500,450) | (500,500) | (500,400) | (500,500) |
| D | (400,400) | (400,450) | (400,500) | (400,400) | (400,500) |
| E | (500,400) | (500,450) | (500,500) | (500,400) | (500,500) |

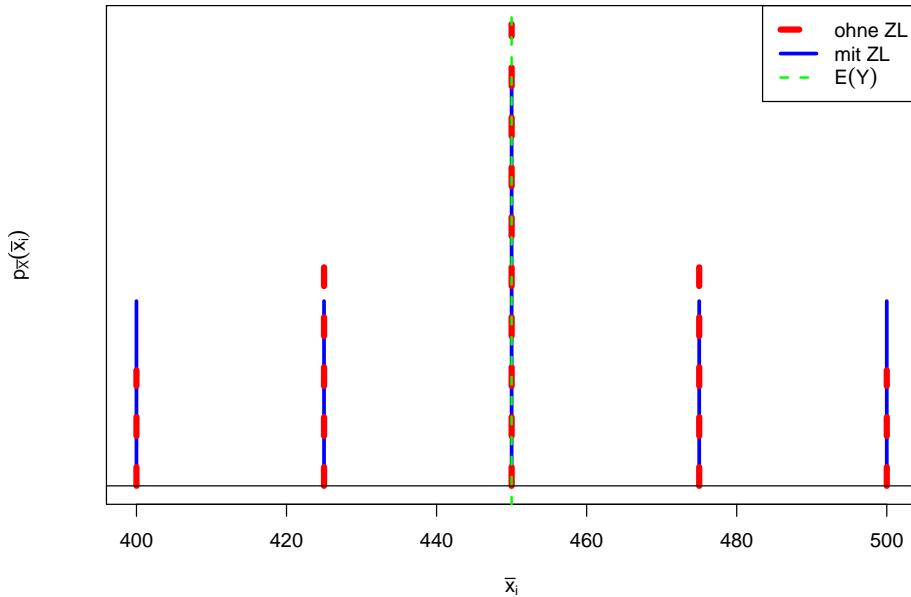
Resultierende gemeinsame Verteilung von (X_1, X_2) :

| $x_1 \setminus x_2$ | 400 | 450 | 500 | Σ |
|---------------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| 400 | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{5}$ |
| 450 | $\frac{2}{25}$ | $\frac{1}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{1}{5}$ |
| 500 | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{5}$ |
| Σ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | 1 |

Zugehörige Verteilung von \bar{X} :

| \bar{x}_i | 400 | 425 | 450 | 475 | 500 | Σ |
|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| $p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{9}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | 1 |

(f) Vergleich der Verteilungen von \bar{X} in beiden Varianten:



- Bei Ziehung ohne Zurücklegen gilt: $E(\bar{X}) = 450$, $\text{Var}(\bar{X}) = 750$, $\text{Sd}(\bar{X}) = 27.386$.
- Bei Ziehung mit Zurücklegen gilt: $E(\bar{X}) = 450$, $\text{Var}(\bar{X}) = 1000$, $\text{Sd}(\bar{X}) = 31.623$.

(g) Ziehen **mit** Zurücklegen führt zu einer einfachen (Zufalls-)Stichprobe, da nur in diesem Fall die Stichprobenzufallsvariablen X_1, X_2 nicht nur identisch verteilt sind wie Y , sondern auch stochastisch unabhängig.